



# Analyse de vitesse par migration quantitative et introduction des ondes transmises

Charles-Antoine Lameloise

## ► To cite this version:

Charles-Antoine Lameloise. Analyse de vitesse par migration quantitative et introduction des ondes transmises. Géophysique [physics.geo-ph]. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2015. Français. NNT : 2015ENMP0054 . tel-01306287

**HAL Id: tel-01306287**

**<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01306287>**

Submitted on 22 Apr 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n° 398 :  
Géosciences, Ressources Naturelles et Environnement

# Doctorat ParisTech

## THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris**  
Spécialité “Dynamique et Ressources des Bassins Sédimentaires”

*présentée et soutenue publiquement par*

**Charles-Antoine LAMELOISE**

le 18 décembre 2015

## Analyse de vitesse par migration quantitative et introduction des ondes transmises

Directeur de thèse : **Hervé CHAURIS**

### Jury

<b>M. Jean-Michel Marthelot,</b>	Professeur, EOST Strasbourg	Président
<b>M. William Symes,</b>	Professeur, RICE University, Houston	Rapporteur
<b>M. Gilles Lambaré,</b>	Ingénieur de Recherche, CGG	Rapporteur
<b>M. Hervé Chauris,</b>	Professeur, MINES ParisTech	Examineur
<b>M. Jean Virieux,</b>	Professeur, Université Joseph Fourier	Examineur
<b>M. Thierry Tonellot,</b>	Ingénieur de Recherche, Saudi Aramco	Examineur

**MINES ParisTech**  
**Centre de Géosciences**

35, rue Saint-Honoré, 77305 Fontainebleau cedex



## Résumé

L'imagerie sismique est la méthode la plus répandue dans le domaine de l'exploration pétrolière, en raison de la capacité des ondes sismiques à se propager sur de longues distances, ce qui permet d'imager des réservoirs situés à plusieurs kilomètres de profondeur. L'étude de ces ondes permet, d'une part, de retrouver la réflectivité du sous-sol en inversant (ou migrant) les données enregistrées par les récepteurs. D'autre part, un modèle de vitesse lisse expliquant la cinématique de propagation des ondes doit aussi être retrouvé. Ces deux aspects sont liés, la position des structures dépendant de la vitesse du milieu. Je développe ici une méthode d'analyse de vitesse par migration afin de retrouver le modèle de vitesse contenant les structures grande échelle. Cette méthode est développée dans le domaine image (ou migré) et considère ici l'introduction d'un délai spatial (appelé offset en profondeur) dans la condition d'imagerie. À des positions en surface données, on obtient des images en profondeur qui dépendent de l'offset en profondeur. Ces images sont appelées CIGs (*Common Image Gathers*). Basée sur l'optimisation par semblance différentielle, la focalisation d'énergie dans ces images est le critère cinématique du modèle de vitesse. Jusqu'ici, ces CIGs sont construits uniquement à partir des ondes réfléchies, qui doivent être extraites du champ total enregistré au niveau des récepteurs. De plus, en raison de la limitation spatiale de toute acquisition de données sismiques et d'une illumination non homogène du sous-sol, des artefacts de migration perturbent les CIGs. Ces événements sont alors considérés comme du signal et sont pris en compte dans la remise à jour du modèle de vitesse via le gradient de la fonction coût, calculé par la méthode de l'état adjoint. Les deux points principaux abordés ici sont (1) l'amélioration de la robustesse de l'analyse de vitesse par migration basée sur la semblance différentielle et (2) la prise en compte des ondes transmises (directes et plongeantes) dans cette analyse.

Afin d'atténuer les artefacts sur les images migrées, je propose d'introduire une migration dite quantitative prenant en compte l'offset en profondeur. Des pondérations sont déterminées dans le cadre de l'approximation haute fréquence et calculées par tracé de rais. Elles sont appliquées à la formule classique de migration. Le premier objectif est d'estimer quantitativement les perturbations de vitesse. Il s'avère de manière étonnante qu'elles permettent aussi d'atténuer les artefacts sur les CIGs, et ainsi d'améliorer la remise à jour du modèle. L'effet principal est une correction d'illumination.

Les ondes transmises sont introduites dans une formulation similaire à celle des ondes réfléchies. En raison de leur trajectoire plutôt horizontale, elles permettent de mettre à jour la partie superficielle du modèle de vitesse. En acquisition entre puits, elles sont prépondérantes pour l'illumination du milieu, et peuvent être combinées aux ondes réfléchies dans le but de mieux contraindre le modèle de vitesse.

Ces deux aspects ont été développés sur le plan méthodologique, puis appliqués à des modèles synthétiques homogènes, hétérogènes, ainsi qu'à des données terrestres acquises en Arabie Saoudite.

Mots clés : Analyse de vitesse par migration, macromodèle, migration quantitative, ondes transmises



## Abstract

Seismic imaging is the most widely used method in geophysical exploration, because of the capability of seismic waves to travel long distances and thus to image reservoirs located at a depth of several kilometers. Their study allows retrieving, on the first hand, the reflectivity of the subsurface by inverting (or migrating) the data recorded by the receivers and, on the other hand, the smooth background velocity model, explaining the kinematics of the wave propagation. These two aspects are linked, the position of the structures being dependent on the velocity in the medium. Here, I develop a Migration Velocity Analysis method, in order to retrieve the velocity model containing the large scale structures. This method is developed in the image (or migrated) domain, and our formulation considers the introduction of a spatial delay (called subsurface offset) in the imaging condition. At specific surface positions, depth images are computed as a function of the subsurface offset. These images are called CIGs (Common Image Gathers). Based on DSO (Differential Semblance Optimization), the criterion of the automatic obtention of a kinematically consistent velocity model is the focusing of energy in CIGs, where only reflected waves are typically used. These waves have to be extracted from the complete wave field recorded by the receivers. Moreover, because of the spatial limitation of any seismic acquisition and uneven illumination of the subsurface, migration artifacts perturb the CIGs. These events are considered as signal and are taken into account in the velocity update via the gradient of the objective function, expressed with the adjoint-state method. The two main aspects developed in this work are (1) the improved robustness of migration velocity analysis based on DSO and (2) the use of transmitted waves (direct and diving) in this analysis.

In order to attenuate the artifacts in the CIGs, I propose to introduce a quantitative migration scheme, where the subsurface offset is introduced. Weights are derived under the high frequency asymptotics assumption and are computed by ray tracing. The primary objective was to quantitatively retrieve the velocity perturbations. It appears, and it was not necessarily expected, that it allows attenuating the artifacts in the CIGs, and thus improving the velocity updates. The main contribution is an illumination compensation.

Transmitted waves are introduced in a similar way as reflected waves. Because of their mainly horizontal trajectories, they allow updating the shallow part of the velocity model. In a crosswell acquisition, they are the waves that best illuminate the medium, and can be combined with reflected waves to better constrain the velocity model.

These two aspects are developed on the methodological side and then applied to homogeneous and heterogeneous synthetic models, as well as to real land data acquired in Saudi Arabia.

Key words : Migration Velocity Analysis, macro-model, quantitative migration, transmitted waves

## Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Hervé Chauris pour sa supervision continue durant ces trois années de thèse. Ta disponibilité, ton écoute et tes encouragements ont été pour moi d'une grande aide. J'ai apprécié l'environnement de travail et les activités extra-professionnelles (particulièrement sportives) que nous avons faites.

Durant mon séjour en Arabie Saoudite, Thierry Tonellot a pris le relais en m'apportant une aide précieuse, notamment dans la prise en main des données. Merci à toi d'avoir rendu ce séjour agréable, et de m'avoir fait découvrir Bahrein. Merci également à Mark Noble d'avoir été un interlocuteur durant nos réunions hebdomadaires avec la France.

Je remercie également le consortium GPX (Paris eXploration Geophysics), soutenu par l'ANR, Total, Schlumberger et CGG pour le financement de cette thèse.

Merci aux membres du jury d'avoir accepté de juger ce travail, en particulier Bill Symes et Gilles Lambaré en tant que rapporteurs, pour la qualité de leurs commentaires. Merci à Jean-Michel Marthelot, un de mes anciens professeurs de l'EOST, d'avoir accepté d'examiner ce travail et d'être président du jury. Je remercie finalement Jean Virieux pour ses questions toujours pertinentes.

Je remercie l'équipe de géophysique du centre de Géosciences de Mines ParisTech à Fontainebleau, en particulier Véronique pour sa gentillesse et son aide administrative, en particulier lors des formalités pour mon séjour en Arabie Saoudite. Je remercie également les doctorants et post-doc du rez-du-chaussée : Nidhal, Sébastien, Carlos, Élise, Fang, Sven, Emmanuel, et plus récemment Yves-Marie, Yubing, Shanker, Hao, Keurfon, Tiago et Maxime.

Finalement, je ne peux oublier de remercier ma famille, pour le soutien continu depuis de si nombreuses années. La réalisation de cette thèse comme point final des études a été permise grâce à vous ! Et je ne peux oublier Cindy, qui m'apporte tant jour après jour. Merci de me *supporter*<sup>1</sup> chaque jour et de m'accompagner aux Pays-Bas pour de nouvelles aventures !

---

1. Terme s'appliquant en français et en anglais !



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>11</b>
1.1	Cadre général de l'étude . . . . .	11
1.2	Principe de l'imagerie sismique . . . . .	13
1.2.1	Domaines d'étude . . . . .	13
1.2.2	Séparation d'échelle – grandes/courtes longueurs d'ondes . . . . .	15
1.3	Obtention de la réflectivité du milieu . . . . .	17
1.3.1	Historique de la migration . . . . .	17
1.3.2	Migration comme solution d'un problème inverse . . . . .	19
1.3.2.1	Migration dite « classique » . . . . .	19
1.3.2.2	Migration dans le domaine « étendu » . . . . .	19
1.3.2.3	Migration itérative . . . . .	20
1.3.2.4	Migration dite « quantitative » . . . . .	20
1.3.3	Les CIGs (Common Image Gathers) . . . . .	21
1.4	Motivations – L'analyse de vitesse par migration . . . . .	21
1.4.1	Artefacts sur les CIGs . . . . .	23
1.4.2	Artefacts sur le gradient . . . . .	23
1.4.3	Sensibilité au bruit . . . . .	24
1.4.4	Les aspects opérationnels . . . . .	25
1.4.5	Les données réfléchies . . . . .	25
1.5	Plan de thèse . . . . .	26
1.6	Déroulement de la thèse et contributions . . . . .	27
<b>2</b>	<b>Méthodes d'obtention du macromodèle</b>	<b>31</b>
2.1	Analyse basée sur les rais . . . . .	32
2.1.1	Tomographie des premières arrivées . . . . .	32
2.1.2	Tomographie en réflexion . . . . .	33
2.1.3	Ajout de contraintes et d'information physique . . . . .	34
2.1.4	De la théorie des rais à l'équation des ondes . . . . .	35
2.2	Analyse basée sur le champ d'ondes dans le domaine temporel . . . . .	35
2.2.1	L'inversion des formes d'ondes . . . . .	35
2.2.2	Résolution de la méthode . . . . .	37
2.2.3	Construction du macromodèle . . . . .	38
2.2.4	Alternatives . . . . .	39
2.3	L'analyse de vitesse par migration, méthode dans le domaine migré . . . . .	40

2.3.1	Méthodes d'analyse du résidu dans l'image migrée . . . . .	41
2.3.1.1	Méthodes avec pointés . . . . .	41
2.3.1.2	Méthodes automatiques sans pointés . . . . .	42
2.3.2	Le modèle étendu, lien entre l'analyse de vitesse par migration et l'inversion des formes d'ondes . . . . .	42
2.3.2.1	Différentes formulations de la fonction coût . . . . .	42
2.3.2.2	La semblance différentielle orientée surface . . . . .	43
2.3.2.3	La semblance différentielle orientée profondeur . . . . .	44
2.3.2.4	Gradient de la fonction coût . . . . .	47
2.3.2.5	Une inversion combinée . . . . .	49
2.4	Bilan . . . . .	50
2.5	Conclusion . . . . .	51
<b>3</b>	<b>Migration quantitative</b>	<b>55</b>
3.1	Résumé . . . . .	56
3.2	Article – Migration quantitative . . . . .	57
3.3	Abstract . . . . .	57
3.4	Introduction . . . . .	58
3.5	Migration Velocity Analysis . . . . .	59
3.5.1	Principe . . . . .	59
3.5.2	Migration in the extended domain . . . . .	60
3.5.3	Gradient of the objective function . . . . .	64
3.5.4	Apodization . . . . .	65
3.6	Quantitative Migration . . . . .	66
3.6.1	Weighted migration . . . . .	66
3.6.2	Modified gradient . . . . .	68
3.7	Application to a multi-layer model . . . . .	70
3.7.1	Limiting oscillations around the reflector in the gradient calculation . . .	70
3.7.2	Numerical example . . . . .	71
3.7.3	Discussion . . . . .	73
3.8	Conclusion . . . . .	73
3.9	Acknowledgements . . . . .	75
3.10	Appendix A : Calculation of the gradient of the objectie function . . . . .	75
3.11	Appendix B : Hessian in quantitative migration . . . . .	76
3.12	Compléments de l'article . . . . .	79
3.12.1	Migrations quantitative et itérative . . . . .	79
3.12.1.1	Contributions des différents termes dans la pondération de la migration quantitative . . . . .	79
3.12.1.2	Analyse de résolution de la migration quantitative . . . . .	82
3.12.1.3	La migration itérative . . . . .	84
3.12.2	Implémentation de l'inversion . . . . .	88
3.12.2.1	Remise à jour du modèle de vitesse . . . . .	88

3.12.2.2	Recherche du pas optimal . . . . .	88
3.12.2.3	Préconditionneur sur le gradient . . . . .	89
3.12.3	Résultats d'inversion . . . . .	93
3.12.3.1	Modèle exact . . . . .	93
3.12.3.2	Modèle initial à 2000 m/s . . . . .	95
3.12.3.3	Modèle initial à gradient . . . . .	100
3.13	Conclusion du chapitre . . . . .	101
<b>4</b>	<b>Ondes transmises dans l'analyse de vitesse par migration</b>	<b>107</b>
4.1	Résumé . . . . .	108
4.2	Article – Introduction des ondes transmises . . . . .	109
4.3	Summary . . . . .	109
4.4	Introduction . . . . .	109
4.5	Migration Velocity analysis using reflected and transmitted waves . . . . .	112
4.5.1	Preamble on wave field modelling . . . . .	112
4.5.2	Migrating the full wave field . . . . .	112
4.5.3	Shape of the CIGs . . . . .	113
4.5.4	CIGs for subsequent migration velocity analysis . . . . .	117
4.6	Cross-well configuration . . . . .	118
4.6.1	Use of direct waves in a homogeneous medium . . . . .	121
4.6.2	Inversion of the complete wave field in a heterogeneous medium . . . . .	122
4.6.3	Reflected waves . . . . .	127
4.7	Discussion . . . . .	129
4.8	Conclusion . . . . .	130
4.9	Acknowledgements . . . . .	130
4.10	Appendix A : Shapes of events in CIGs for surface acquisition . . . . .	130
4.10.1	Reflected waves . . . . .	130
4.10.2	Direct waves . . . . .	131
4.11	Conclusion du chapitre . . . . .	131
<b>5</b>	<b>Application à un jeu de données réelles 2-D.</b>	<b>133</b>
5.1	Résumé . . . . .	134
5.2	Article – Application à des données terrestres . . . . .	135
5.3	Introduction . . . . .	135
5.4	Extended model and application on simple models . . . . .	138
5.4.1	Extended model . . . . .	138
5.4.2	Derivation of CIGs . . . . .	138
5.4.3	Application to reflected waves . . . . .	139
5.4.4	Gradient artifacts removal . . . . .	139
5.4.5	Transmitted waves in MVA . . . . .	142
5.5	Application to 2-D land data . . . . .	143
5.5.1	Acquisition and data pre-processing . . . . .	143

5.5.2	Validity test – computation of CIGs in homogeneous velocity models . . .	144
5.5.3	Validity test – associated gradients . . . . .	144
5.5.4	Migration Velocity Analysis using reflected waves from the tomographic model . . . . .	147
5.5.5	Migration of direct and reflected waves . . . . .	152
5.6	Discussion . . . . .	154
5.7	Conclusion . . . . .	154
5.8	Acknowledgements . . . . .	155
5.9	Conclusion du chapitre . . . . .	155
<b>6</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>157</b>
6.1	Conclusion . . . . .	157
6.1.1	Migration quantitative et contraction horizontale . . . . .	158
6.1.2	Introduction des ondes transmises . . . . .	159
6.2	Perspectives . . . . .	160
6.2.1	Des rais à l'équation des ondes ? . . . . .	160
6.2.1.1	La migration itérative . . . . .	160
6.2.1.2	La migration quantitative . . . . .	161
6.2.1.3	L'introduction des ondes transmises . . . . .	162
6.2.2	Le modèle étendu . . . . .	163
6.2.3	Gradient et contraction horizontale . . . . .	164
6.2.4	La physique considérée . . . . .	165
6.2.5	Vers une prise en compte du champ total . . . . .	165
	<b>Bibliographie</b>	<b>167</b>
	<b>Liste des figures</b>	<b>179</b>
	<b>Liste des tables</b>	<b>189</b>
	<b>Annexe</b>	<b>191</b>

# Chapitre 1

## Introduction générale

### Sommaire

1.1	Cadre général de l'étude . . . . .	11
1.2	Principe de l'imagerie sismique . . . . .	13
1.2.1	Domaines d'étude . . . . .	13
1.2.2	Séparation d'échelle – grandes/courtes longueurs d'ondes . . . . .	15
1.3	Obtention de la réflectivité du milieu . . . . .	17
1.3.1	Historique de la migration . . . . .	17
1.3.2	Migration comme solution d'un problème inverse . . . . .	19
1.3.3	Les CIGs (Common Image Gathers) . . . . .	21
1.4	Motivations – L'analyse de vitesse par migration . . . . .	21
1.4.1	Artefacts sur les CIGs . . . . .	23
1.4.2	Artefacts sur le gradient . . . . .	23
1.4.3	Sensibilité au bruit . . . . .	24
1.4.4	Les aspects opérationnels . . . . .	25
1.4.5	Les données réfléchies . . . . .	25
1.5	Plan de thèse . . . . .	26
1.6	Déroulement de la thèse et contributions . . . . .	27

### 1.1 Cadre général de l'étude

La structure de la Terre a depuis longtemps été l'objet de théories plus ou moins fondées scientifiquement. D'Aristote (IV<sup>ème</sup> siècle avant JC) à Descartes (XVII<sup>ème</sup> siècle), l'intérieur de la Terre était considéré comme formé de terre, d'eau, d'air et de matière solaire. L'étude de la propagation des ondes sismiques générées lors de tremblements de terre a permis de caractériser la structure interne de la Terre telle qu'elle nous est connue aujourd'hui. En effet, certains travaux fondateurs, comme ceux de Beno Gutenberg ou de Inge Lehmann, ont permis de localiser plusieurs discontinuités, et ainsi mieux comprendre la structure du globe. Cependant, sa connaissance directe se limite aux premiers kilomètres de la croûte terrestre : la mine la plus profonde atteint environ 3.5 km (Tau Tona d'Afrique du Sud en 2002), tandis que les forages expérimentaux visant



une meilleure connaissance de la lithosphère atteignent une profondeur de l'ordre de la dizaine de kilomètres (près de 13 km pour le forage le plus profond dans la péninsule de Kola en Russie). Au début du XXème siècle, l'Homme s'est intéressé à la caractérisation de la croûte superficielle dans le but d'imager les réservoirs d'hydrocarbures. Comme cette recherche s'effectue dans des zones géographiques matures précises (telles que la Mer du Nord ou le Golfe du Mexique) et qu'une image haute résolution est nécessaire, le contrôle de la source émise est devenu primordial. On parle alors de sismique active, qui se différencie de la sismique passive, liée aux tremblements de terre ou à l'étude du bruit par interférométrie (Curtis et al., 2006).

Dans le cadre de la géophysique d'exploration pétrolière, l'imagerie à l'aide d'ondes sismiques est la principale méthode utilisée, car ces ondes sont capables de se propager sur de longues distances et ainsi d'imager des cibles pouvant atteindre une profondeur de plusieurs kilomètres. Lors de ces campagnes d'acquisition sismique, l'onde est générée par une source pouvant être de la dynamite, des canons à air ou bien des camions vibrateurs. Les ondes ainsi produites se propagent dans le milieu et se réfléchissent sur les structures géologiques, avant d'être enregistrées par des capteurs, appelés géophones dans le cadre d'acquisition terrestre et hydrophones dans les acquisitions marines (Sheriff and Geldart, 1995). Pour des raisons pratiques évidentes, les acquisitions sont généralement développées à la surface de la terre. La Figure 1.1 représente les deux types d'acquisition en surface, à savoir l'acquisition terrestre (où la source est typiquement un camion vibrateur) et l'acquisition marine (où l'onde est créée par des canons à air). Cependant, des dispositifs verticaux, où les sources et/ou récepteurs sont placés dans des puits, peuvent apporter une autre illumination du milieu, qui peut être bénéfique dans certains cas d'imagerie (Mari, 1997).

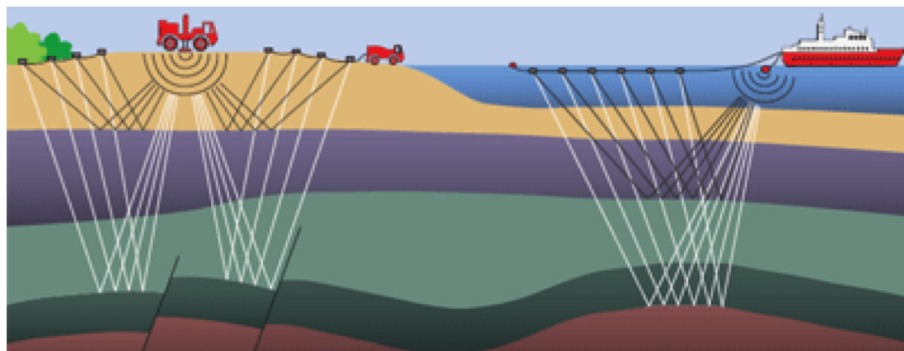


FIGURE 1.1 – Acquisition terrestre (à gauche) et marine (à droite). D'après *Danish Energy Agency*.

Ainsi, pour chaque couple source-récepteur, une trace enregistrant le champ d'ondes est obtenue. Les différents types d'onde apparaissant dans les sismogrammes sont typiquement :

- les ondes de surface : ces ondes sont liées à la présence d'une surface libre et ont une profondeur de pénétration limitée. Elles sont plus énergétiques que les ondes de volume en champs lointains. En géophysique pétrolière, elles sont souvent considérées comme du bruit cohérent, et sont donc atténuées en pré-traitement.
- les ondes transmises : ce sont les ondes qui se propagent directement de la source au récepteur sans être réfléchies. Ce terme regroupe les ondes directes et plongeantes.
- les ondes réfractées : elles se propagent le long des interfaces.

- les ondes réfléchies : elles se réfléchissent sur des interfaces liées à des structures géologiques avant d'être enregistrées par les récepteurs. Ce sont les trajets représentés sur la Figure 1.1.
- les ondes multiples : on peut différencier les multiples internes, se réfléchissant plusieurs fois dans la subsurface et les multiples de surface, qui se réfléchissent à la surface. Selon le nombre de réflexions, ils peuvent être de premier, deuxième ou nième ordre.

Ces ondes suivent des trajets différents et la représentation de leur temps d'arrivée au niveau des récepteurs en fonction de l'offset (distance source-récepteur) permet de les différencier. Ces différentes ondes sont représentées sur un exemple de tir obtenu en acquisition marine sur la Figure 1.2.

Si les méthodes historiques utilisent principalement les ondes réfléchies, les récents développements tendent à utiliser un maximum d'informations des données. Ainsi, les ondes multiples qui étaient largement éliminées dans la chaîne de traitement classique (par la méthode SRME par exemple, *Surface Related Multiple Elimination*, Verschuur (2006)), peuvent être utilisées dans le but d'imager des structures peu profondes affectées par l'aliasing créé par les larges distances latérales entre les flûtes sismiques en acquisition marine (*acquisition footprint*). Les ondes transmises sont également très utilisées dans une méthode d'obtention de modèle de vitesse haute résolution, appelée inversion des formes d'ondes (Full Waveform Inversion, *FWI*), afin de mettre à jour les grandes longueurs d'onde du modèle dans la partie proche de la surface. Les ondes de surface, très sensibles au modèle de vitesse S (de cisaillement), sont utilisées dans la caractérisation de proche surface (Socco et al., 2010).

Les ondes de volume peuvent être séparées en différentes catégories, que sont les ondes de compression (ou ondes P), les ondes de cisaillement (ou ondes S), ainsi que les ondes converties. Ici, je m'intéresse à la vitesse des ondes de compression dans les milieux isotropes acoustiques.

## 1.2 Principe de l'imagerie sismique

À partir des enregistrements des arrivées des ondes, comme celui présenté Figure 1.2, l'imagerie sismique consiste à chercher un modèle qui explique au mieux ces données. Les méthodes peuvent être formulées dans différents domaines, principalement le domaine des données et le domaine image (ou migré).

### 1.2.1 Domaines d'étude

Historiquement, les analyses basées sur les rais formulées dans le domaine des données constituaient le moyen d'obtenir le modèle par tomographie des temps de trajet. Au début des années 1990, les analyses de vitesse ont vu leur formulation déplacée de l'espace temps à celui migré. La tomographie basée sur les rais est alors établie en utilisant la migration profondeur avant sommation (*Prestack depth migration*, Stork (1992); Woodward et al. (2008)). Cette analyse dans le domaine migré est plus stable du fait d'un meilleur rapport signal sur bruit, tout en préservant une haute sensibilité vis-à-vis des erreurs de vitesse. Le principe est la redondance des images. Un état de l'art des différentes méthodes d'analyse de vitesse est présenté dans le Chapitre 2.

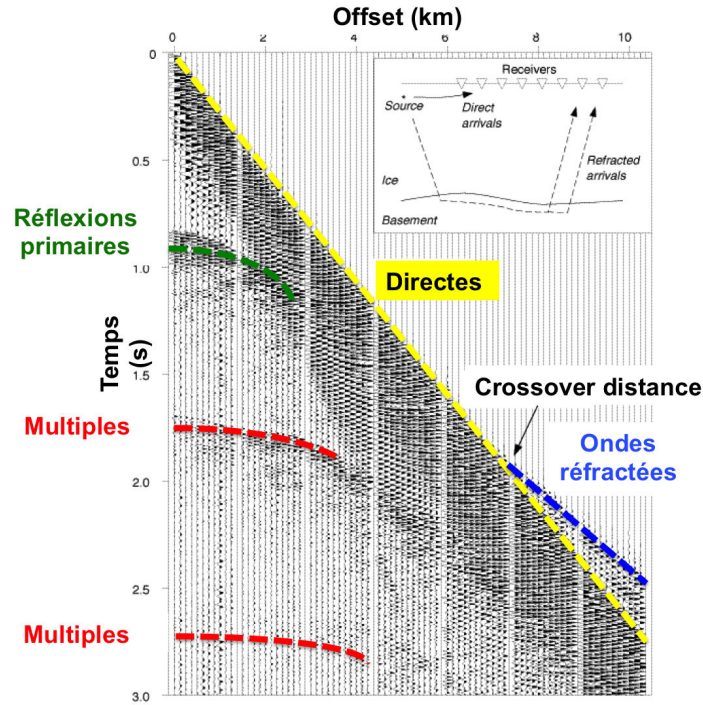


FIGURE 1.2 – Exemple de champ d’ondes obtenu en acquisition marine. Adapté de Anandakrishnan et al. (1998).

Quelque soit le domaine d’étude, différentes étapes sont nécessaires :

- La construction d’une fonction coût. Le problème classique consiste à considérer la norme  $\ell_2$  et une régularisation,
- La détermination d’une loi de modélisation. Cette loi suit la physique que l’on souhaite prendre en compte dans la modélisation. Il est essentiel de savoir combien de paramètres sont à considérer dans l’inversion. On peut penser à la vitesse des ondes P, des ondes S, à la densité, mais également à l’atténuation ou à l’anisotropie,
- La résolution d’un problème inverse, potentiellement multimodal.

Selon que la modélisation suive l’équation des ondes ou bien suive l’approximation haute fréquence de la théorie des rais, la méthode d’obtention du modèle de vitesse est généralement connue sous le nom de tomographie (rais) ou inversion des formes d’ondes (*FWI*). Suivant le domaine d’application (espace temps ou espace image), la résolution que l’on peut obtenir est très différente et dépend de la fonction coût, en particulier de son caractère convexe et lisse. Dans le domaine des données, le champ d’ondes complet est utilisé dans l’inversion des formes d’ondes (une des significations du terme « full » dans *Full Waveform Inversion*), à savoir les ondes transmises, réfléchies, réfractées... Cette méthode, qui permet de retrouver un modèle de vitesse haute résolution, est présentée dans le **Chapitre 2**. Au contraire, dans le domaine image, seules les ondes réfléchies sont généralement utilisées afin d’obtenir par inversion le macromodèle, suivant la méthode connue sous le nom d’analyse de vitesse par migration. Ces différentes méthodes sont résumées dans la Table 1.1.

Dans ce domaine image, la prise en compte seule des ondes réfléchies nécessite la décomposition

	Rais	Équation des ondes
Domaine des données	Tomographie des temps de trajet	Inversion des formes d'ondes ( <i>FWI</i> )
Domaine image	Tomographie basée sur les migrations avant sommation	Analyse de vitesse par migration ( <i>WEMVA</i> )

TABLE 1.1 – Méthodes d'analyse de vitesse selon le domaine d'applications et l'information utilisée.

du modèle de vitesse. Une analyse de résolution présentée dans le **Chapitre 2** justifie cette séparation du modèle en une partie lisse  $v_0$  et une réflectivité oscillante  $\delta v$ . Cette séparation d'échelle est présentée dans la partie suivante.

### 1.2.2 Séparation d'échelle – grandes/courtes longueurs d'ondes

A l'aide des enregistrements des ondes sismiques, comme celui présenté Figure 1.2, deux informations principales peuvent être obtenues à partir des ondes réfléchies. En premier lieu, le modèle lisse, contenant les grandes longueurs d'onde, appelé macromodèle, porte l'information sur les structures des grandes longueurs d'onde. En deuxième lieu, la réflectivité du milieu (donnée haute fréquence) caractérisant les interfaces du milieu peut être obtenue. Cette décomposition du modèle de vitesse est représentée sur la Figure 1.3.

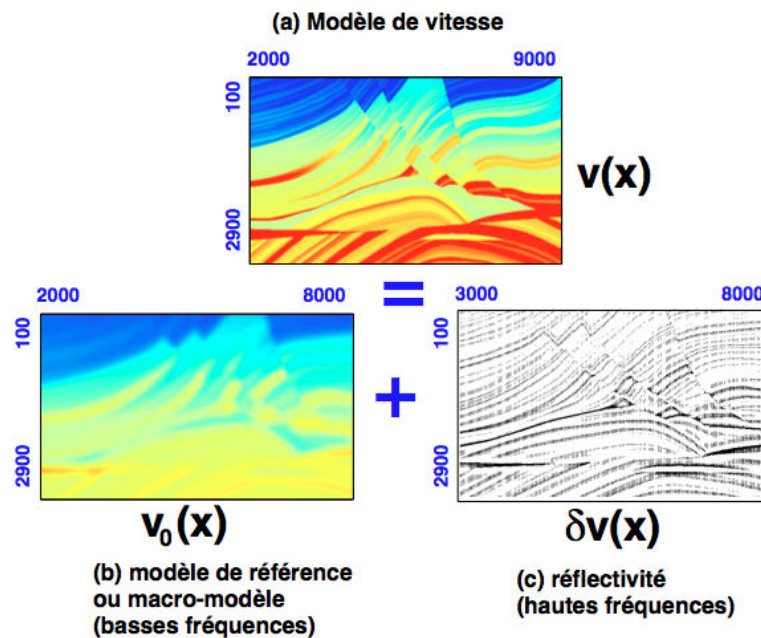


FIGURE 1.3 – Différentes composantes du modèle de vitesse. La migration retrouve la partie haute fréquence et le modèle basse fréquence est obtenu par analyse de vitesse ou tomographie. D'après Billette (1998).

Selon la résolution recherchée, différentes méthodes ont été développées. L'analyse de vitesse

permet d’obtenir les grandes longueurs d’onde du modèle. Ainsi, le modèle de vitesse lisse  $v_0$  contrôle la cinématique de propagation des ondes dans le milieu. Son obtention est délicate du fait de la non-linéarité du problème inverse (Jannane et al., 1989). Cette étape d’imagerie constitue l’objet principal de cette thèse. Le modèle de réflectivité ( $\delta v$  sur la Figure 1.3) est obtenu par migration en profondeur, qui est un problème linéaire, transformant les données enregistrées en une image en profondeur.

Le modèle de réflectivité contient des informations structurales cohérentes avec la géologie sous réserve que le modèle de vitesse basse fréquence explique correctement la cinématique de propagation des ondes. Ces deux modèles sont alors liés.

Afin d’illustrer la non-linéarité de la recherche du macromodèle et la linéarité de la réflectivité, une onde réfléchie est modélisée en utilisant l’approximation de Born. L’approximation de Born est la linéarisation des données par rapport à la perturbation de vitesse. Une vitesse de référence de 2000 m/s et une réflectivité uniforme égale à 1 sont choisies. Un tir est représenté sur la Figure 1.4, à gauche. En multipliant la vitesse du milieu lisse par 1.1, on remarque que la cinématique des ondes change (Figure 1.4, au centre). Au contraire, en multipliant la réflectivité par 1.1, la cinématique des ondes reste la même, seules les amplitudes sont modifiées (Figure 1.4, à droite).

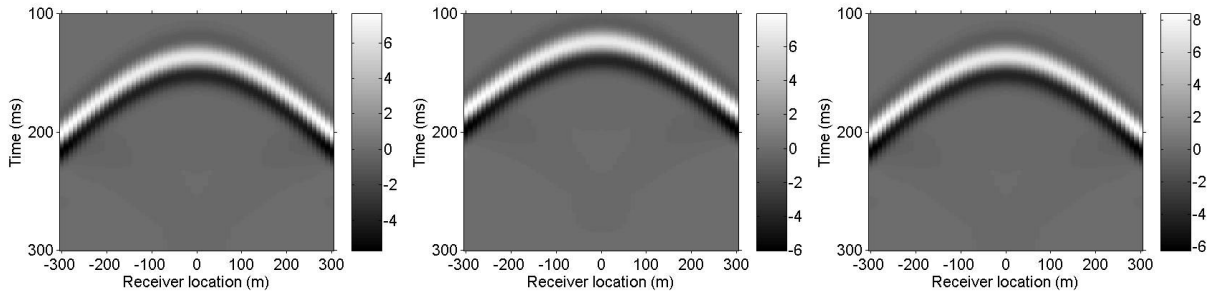


FIGURE 1.4 – Modélisation d’une onde réfléchie à l’aide de l’approximation de Born. Les valeurs de vitesse du milieu et de réflectivité utilisées sont respectivement : 2000 m/s et 1 (à gauche), 2200 m/s et 1 (au centre) et 2000 m/s et 1.1 (à droite).

L’analyse de vitesse par migration a pour objectif de mettre à jour les grandes longueurs d’onde, alors que la migration met à jour les longueurs d’ondes liées à l’angle d’ouverture. Ces informations sont présentées dans le schéma de Claerbout (1985), présenté en trait noir sur la Figure 1.5. En effet, l’information contenue dans les données réfléchies sont utiles pour l’analyse de vitesse (entre 1 et 2 Hz, correspondant aux grandes longueurs d’onde, supérieures à 300 m) et pour les impédances acoustiques (entre 10 et 100 Hz, correspondant à des longueurs d’ondes entre 20 et 60 m). Ceci implique le manque de résolution correspondant aux longueurs d’ondes intermédiaires entre 60 à 300 m, ce qui introduit une non-unicité dans l’estimation des paramètres du modèle si seules les ondes réfléchies sont utilisées (Jannane et al., 1989).

Le développement et l’amélioration de méthodes de tomographie, associés aux systèmes d’acquisition large bande, permettent de combler ce manque de résolution de moyenne longueur d’ondes (Nichols, 2012; Lambaré et al., 2014). En effet, des données large-bande (*broadband data* sur la Figure 1.5) sont de plus en plus enregistrées grâce à des équipements spécifiques comme des flûtes sismiques de profondeur variable ou de systèmes composés d’hydrophones et



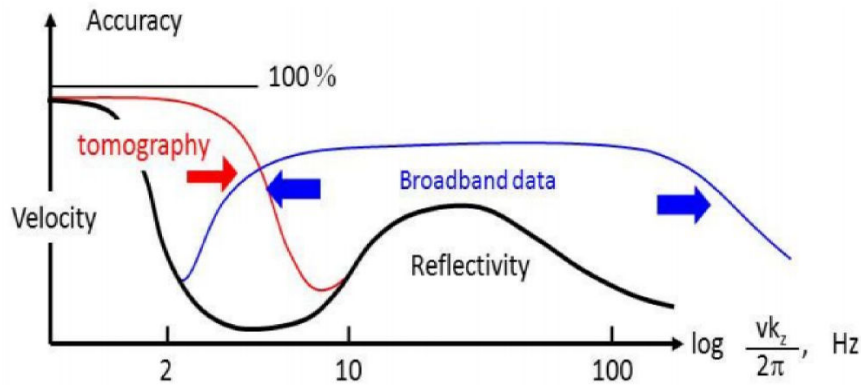


FIGURE 1.5 – Résolution pouvant être obtenue par l’analyse de vitesse et la migration. Ce schéma de Lambaré et al. (2014) symbolisant les avancées des méthodes permettant une meilleure résolution a été adapté de Claerbout (1985).

géophones. Des designs d’acquisition, comme celui présenté dans le **Chapitre 5**, permettent également d’enregistrer de très basses fréquences (Tonellot et al., 2015). Les avancées concernant l’analyse de vitesse (*tomography* sur la Figure 1.5) permettent d’augmenter le contenu fréquentiel de la tomographie, à travers la tomographie haute résolution et l’inversion des formes d’ondes (Gray, 2014; Allemand and Lambaré, 2014), qui seront présentées dans le **Chapitre 2**.

Dans un premier temps, je présente l’obtention des courtes longueurs d’onde, par l’étape de migration. Il s’agit d’un opérateur linéaire. Dans cette étude, la réflectivité est un résultat intermédiaire, qui permet ensuite d’analyser la cinématique de propagation des ondes. J’indique ensuite pourquoi il est important de dépasser les limites actuelles de l’analyse de vitesse par migration. Je conclus cette partie en détaillant le plan de thèse et mes principales contributions.

### 1.3 Obtention de la réflectivité du milieu

La réflectivité du milieu est obtenue par inversion des données, appelée migration. Après présentation historique de cette méthode, différentes formulations de migration sont introduites, et sont utilisées dans cette étude.

#### 1.3.1 Historique de la migration

Le terme de migration représente l’imagerie des structures de courtes longueurs d’onde. La migration en temps et en profondeur sont deux méthodes qui permettent de mieux focaliser le signal. La migration en temps ne permet pas d’obtenir une image en profondeur. Pour cela, une conversion temps-profondeur des horizons pointés dans le domaine temps est nécessaire. La méthode est valable pour des milieux simples (Yilmaz, 1987). La migration en profondeur a pour objectif de focaliser l’énergie en profondeur, afin de localiser précisément les structures géologiques. Nous verrons par la suite qu’elle ne permet pas nécessairement de retrouver les profondeurs réelles. Dans toute la suite, le terme *migration* fait référence à la migration profonde.

Au début de l’imagerie sismique par réflexion (années 1920), la recherche de la forme du réflecteur expliquant la réflexion de l’énergie enregistrée à la surface s’effectuait de manière

géométrique, en prenant en compte uniquement le temps de trajet de l'onde. En considérant une source et un récepteur en surface et un milieu homogène, il s'agissait alors de chercher le point diffractant responsable du délai en temps de trajet enregistré par les récepteurs. Le point recherché doit alors satisfaire la condition que la somme des temps de trajet de la source au point et du point au récepteur soit égale au délai de temps mesuré au récepteur. Pour un milieu homogène et une acquisition de surface, il appartient à l'ellipse qui possède comme foyers la position de la source et du récepteur. Une acquisition se composant de nombreux couples source-récepteur, l'image du réflecteur est alors obtenue par sommation de ces ellipses. En effet, ces ellipses interfèrent constructivement à la profondeur du réflecteur et destructivement ailleurs (Bleistein et al., 2001).

Plus tard, le principe d'imagerie a été énoncé par Claerbout (1971) et prend en compte les champs d'ondes dans leur ensemble. L'imagerie consiste à corrélérer les champs d'ondes montants et descendants, afin de retrouver le coefficient de réflectivité du milieu sans passer par des interprétations des temps de trajet. Une corrélation non nulle est obtenue à la profondeur des interfaces :

*« Reflectors exist in the earth at places where the onset of the downgoing wave is time-coincident with an upgoing wave »*

Ce concept est présenté sur la Figure 1.6, où sources et récepteurs sont enterrés dans des puits. Les mêmes conclusions sont valides pour une acquisition en surface. En pratique, la séparation du champ de pression en ondes montantes et descendantes peut se faire en utilisant des dispositifs combinant mesures d'hydrophones et de géophones (Carlson et al., 2010) ou à l'aide de dispositifs placés sur le plancher océanique (Ocean Bottom Cable). En sismique réflexion, le champ d'ondes montantes est approximé par le champ récepteur, et celui des ondes descendantes par celui du champ source. Dans le cas de données sismiques comportant des arrivées directes et multiples, le problème de *cross-talk* peut se poser, où des champs ne correspondant pas à un réflecteur interfèrent constructivement. C'est le cas par exemple d'une onde directe et d'un multiple du premier ordre (Muijs et al., 2007).

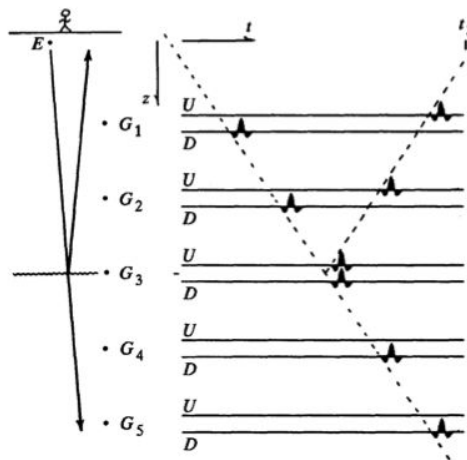


FIGURE 1.6 – Principe d'imagerie en corrélant les ondes montantes ( $U$ , *Upgoing*) et descendantes ( $D$ , *Downgoing*) observées à l'aide de récepteurs enterrés. D'après Claerbout (1971).

A partir de cette définition, différentes formulations de migration ont été introduites, comme la migration de Kirchhoff (Berkhout and Wulfften Palthe, 1980) ou la migration de Stolt, développée dans le domaine de Fourier (Stolt, 1978). Dans le cas de milieux complexes, les migrations *one-way* et *two-way* sont maintenant des standards de l'industrie pétrolière.

Plus récemment, la migration a été introduite comme première itération d'un problème inverse (Lailly, 1983; Tarantola, 1984). C'est selon cette formulation que la migration est introduite et présentée ici.

### 1.3.2 Migration comme solution d'un problème inverse

La migration est utilisée ici dans le but de retrouver la partie haute fréquence du modèle de vitesse, puis d'évaluer la qualité de l'information cinématique d'un modèle de vitesse donné. À partir de cette information, le modèle basse fréquence est mis à jour pour expliquer au mieux la cinématique de propagation des ondes. Un pas essentiel a été franchi lorsque la migration a été reconnue comme solution d'un problème inverse formulé dans l'espace des données, où la fonction coût représente l'écart entre les données simulées et observées (Tarantola, 1987). C'est cette formulation qui sera utilisée dans cette étude, permettant d'introduire l'aspect quantitatif de la migration, soit en itérant pour résoudre le problème inverse, soit à travers une pondération dans la fonction coût classique exprimée dans le domaine des données.

#### 1.3.2.1 Migration dite « classique »

Dans la continuité des travaux de Lailly (1983) et Tarantola (1984), la migration consiste à minimiser la fonction coût constituée de la norme de la différence entre les données observées et celles calculées. La migration consiste alors à considérer la dérivée de cette fonction coût par rapport à la réflectivité, prise en zéro. Cette migration peut être vue comme un problème similaire à l'inversion des formes d'ondes gouvernée par l'approximation de Born (Mulder and Plessix, 2004; Symes, 2008b; Chauris et al., 2013). En pratique, la migration consiste à appliquer l'adjoint de l'opérateur de Born aux données observées. Cette linéarisation est valide si la perturbation de vitesse ( $\delta v$  dans la Figure 1.3) est très inférieure à la vitesse du macromodèle ( $v_0$  dans la Figure 1.3).

#### 1.3.2.2 Migration dans le domaine « étendu »

La migration classique peut également être formulée dans un modèle dit « étendu » (Symes, 2008b). Un paramètre additionnel est introduit dans la migration, afin de ne pas perdre d'information lors de la migration des données, même en cas de modèle de vitesse incorrect. En effet, en 2-D, les données sont caractérisées par la position de la source, du récepteur et le temps. L'image migrée classique dépend uniquement de deux paramètres, à savoir l'extension horizontale et verticale. Si un mauvais modèle de vitesse est utilisé, alors l'image migrée sera mal focalisée, mais aucune caractéristique du modèle de vitesse ne peut être trouvée. En introduisant un paramètre supplémentaire dans le domaine migré, alors il est possible de quantifier l'erreur du modèle de vitesse à partir de l'énergie obtenue pour des valeurs non nulles de ce paramètre introduit.



Ce concept de domaine étendu peut être également utilisé dans une migration itérative, où la réflectivité dite « étendue » est obtenue itérativement.

### 1.3.2.3 Migration itérative

La migration classique considère une itération unique dans la résolution du problème inverse. La migration itérative résout de façon complète le problème afin d’obtenir la réflectivité optimale, en partant d’une réflectivité nulle. Pour un macromodèle donné (vitesse lisse  $v_0$  fixée), la réflectivité optimale qui permet d’expliquer les données est obtenue itérativement. Lorsque la réflectivité optimale est obtenue, alors dans une boucle externe, le macromodèle est remis à jour.

Dans la littérature apparaissent alors les formulations d’inversion des formes d’ondes linéarisées ou *Born Waveform Inversion*, le terme *Born* remplaçant le terme *Full* (Symes, 2008b; Huang and Symes, 2015). Même s’il ne s’agit pas de la méthode utilisée principalement dans cette étude, Un exemple synthétique très simple est présenté dans le **Chapitre 3**. Il s’agit d’une méthode numériquement coûteuse. C’est pourquoi une migration quantitative, permettant de réduire ce coût, est présentée dans la partie suivante.

### 1.3.2.4 Migration dite « quantitative »

La migration quantitative, permet de résoudre plus rapidement le même problème inverse par l’introduction d’une pondération dans la fonction coût.

Dans la migration dite « classique », le terme Hessien n’est pas pris en compte. Le Hessien représente la dérivée seconde de la fonction coût par rapport à la réflectivité et compense pour l’illumination. Dans la migration quantitative, le calcul de Hessien est typiquement effectué à l’aide d’une approximation haute fréquence. Le concept de migration dite « quantitative » (ou « *tomographie en diffraction rai+Born* » ou « *migration en profondeur à amplitude préservée* ») a été introduit pour la première fois par Beylkin (1985), ce qui a donné la notion de « *déterminant de Beylkin* ». D’après les travaux de Lambaré et al. (1992) en milieu acoustique ou Jin et al. (1992) en milieux élastiques, il est possible d’introduire un terme de pondération dans la fonction objective mesurant la différence entre données observées et calculées, qui permet, dans le cadre d’une analyse micro-locale, de rendre le Hessien aussi proche que possible d’une fonction dirac. Cette méthode est initialement itérative, mais peut se limiter à une seule itération (Lambaré et al., 2003). Cette migration quantitative a été introduite dans les milieux prenant en compte l’atténuation (Ribodetti et al., 1995; Ribodetti and Virieux, 1998).

Dans cette étude, nous proposons une migration quantitative dans un modèle dit « étendu » (Symes, 2008b). Il s’agit de la différence majeure avec les différentes extensions de cette méthode (cas acoustiques, élastiques, visco-acoustiques, etc...). En effet, une dimension supplémentaire est introduit dans la condition d’imagerie, afin de garder la même dimension du domaine des données à l’espace du modèle. Ce terme supplémentaire est un délai spatial, appelé offset en profondeur (*subsurface offset*). Son introduction permet d’utiliser cette migration dans le cadre de l’analyse de vitesse par migration et est l’objet du **Chapitre 3**.

Récemment, ten Kroode (2012); Symes (2015); Hou and Symes (2015) ont pu déterminer une approximation de l’inverse de l’opérateur de Born, ce qui permet d’accélérer la convergence de

l’inversion. Cette méthode est discutée dans les perspectives, au **Chapitre 6**.

De manière étonnante, nous allons montrer dans ce travail que la migration quantitative est bénéfique pour l’analyse de vitesse par migration, alors même que l’analyse de vitesse porte sur un critère cinématique.

Les données sont alors transformées de l’espace temps au domaine image par la migration, présentée précédemment. Dans ce dernier domaine, les images sont regroupées en CIGs (*Common Image Gather*s). Ils représentent les erreurs de vitesse du macromodèle, et sont donc un point clé de l’analyse de vitesse par migration.

### 1.3.3 Les CIGs (Common Image Gather)s

Après migration des données, un volume image est obtenu. Les CIGs (Common Image Gather)s sont des images en profondeur en fonction d’un paramètre additionnel. Selon la méthode, ils peuvent être construits pour un sous-ensemble de données (par exemple tir commun, angle d’ouverture ou offset communs), et être ainsi le résultat d’une migration partielle. On parle alors d’orientation surface, où les données sont fonction d’un paramètre lié à l’acquisition. Alternative-ment, les CIGs peuvent être construits en fonction d’un paramètre introduit indépendamment des paramètres d’acquisition. On parle alors d’orientation profondeur. Ces deux formulations, ainsi que leur utilisation dans l’analyse de vitesse sont présentées dans le **Chapitre 2**.

La Figure 1.7 présente l’orientation surface, où les CIGs sont construits en fonction de l’offset en surface. La non-dépendance des CIGs vis-à-vis de ce paramètre, et donc la cohérence du macromodèle, est symbolisée par des événements horizontaux. La semblance différentielle par optimisation (*DSO*, *Differential Semblance Optimization*, Symes and Carazzone (1991); Symes (2008b)) est alors utilisée pour analyser localement les formes des CIGs associées à des erreurs de vitesse. Cette cohérence d’images peut être remplacée par la focalisation d’énergie en un point précis, correspondant à la profondeur du réflecteur. C’est le cas quand des délais temporels ou spatiaux sont introduits dans la condition d’imagerie. Pour chaque trace dans un CIG, une sommation est faite sur l’ensemble des sources et des récepteurs, ce qui n’est pas le cas pour les paramètres de surface. Cette énergie provenant d’un modèle de vitesse incorrect est alors pénalisée par une fonction coût, qui sera minimisée itérativement. Plus de détails sont donnés dans le **Chapitre 2**. L’étude de ces CIGs est le point principal de l’analyse de vitesse par migration, qui constitue le sujet de cette étude. Les motivations de cette méthode sont présentées dans la partie suivante.

## 1.4 Motivations – L’analyse de vitesse par migration

Les CIGs sont analysés, afin d’estimer la qualité d’un macromodèle donné. Un pointé manuel peut être effectué, mais le travail est fastidieux et source d’incertitudes. Des méthodes automatiques ont alors été introduites. Elles consistent à appliquer une fonction coût aux CIGs qui pénalise l’énergie due à un modèle de vitesse incorrect (ou alternativement une fonction coût qui favorise l’énergie liée à un modèle de vitesse correct). Dans le cas de fonction pénalisante, on peut citer la semblance différentielle, où la focalisation d’énergie est recherchée. Dans l’autre cas, on trouve la

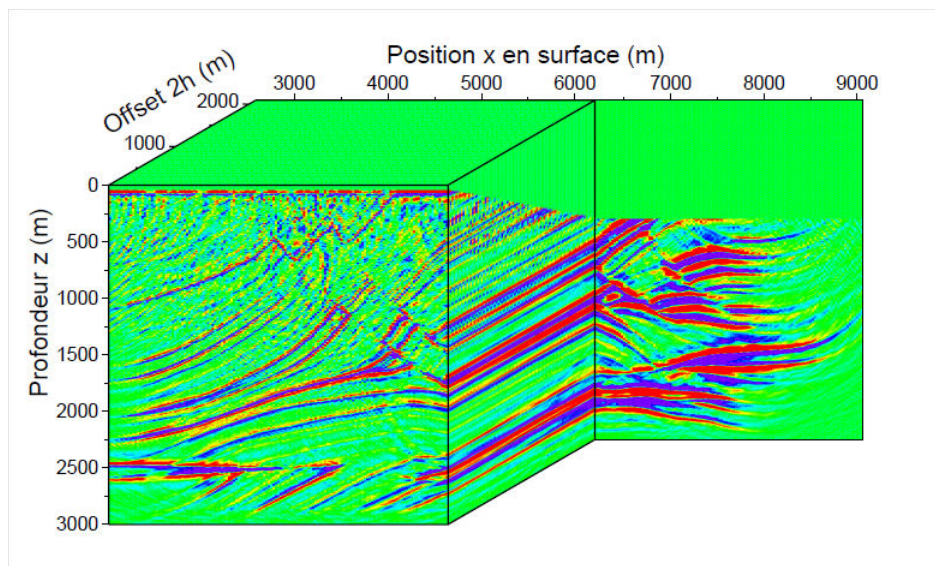


FIGURE 1.7 – Volume 2-D obtenu en migrant chaque classe d’offset en surface indépendamment. Sur le CIG défini à la position en surface  $x = 6200$  m, des événements horizontaux indiquent une vitesse de migration correcte. Extrait de [Chauris \(2000\)](#).

semblance, qui consiste à maximiser l’énergie du stack ou, dans l’orientation en profondeur, celle située dans le domaine physique (correspondant à l’offset en profondeur nul). Dans ces méthodes, contrairement à l’inversion des formes d’ondes, où la physique doit être parfaitement reproduite, le critère est cinématique.

Grâce aux évolutions numériques, les analyses basées sur le champ d’ondes complet ont été développées. En ne réduisant plus les données à leur temps de trajet, elles permettent alors d’améliorer la mise à jour du modèle de vitesse dans des géologies complexes. Mais ce n’est pas suffisant. Actuellement, d’autres aspects bloquent encore l’applicabilité de cette approche. Si les méthodes automatiques sont prometteuses, peu d’applications ont été menées sur données réelles. Ces applications sont en général 2-D ou 3-D de petite extension. Nous pouvons citer celles de [Symes and Carazzone \(1991\)](#); [Chauris and Noble \(2001\)](#); [Mulder and ten Kroode \(2002\)](#); [Shen and Symes \(2008\)](#); [Mulder \(2014\)](#); [Weibull and Arntsen \(2014\)](#). Ce constat interpelle. En effet, si l’Analyse de Vitesse par Migration basée sur une analyse locale automatique paraît, du point de vue théorique et sur données synthétiques, robuste et attrayante, pourquoi cette méthode n’est-elle pas devenue un standard de l’analyse de vitesse au niveau industriel ? Dans cette thèse, je souhaite apporter des éléments de réponse aux deux questions suivantes :

- Comment rendre plus robuste l’analyse de vitesse par migration ?
- Comment étendre l’analyse de vitesse par migration au-delà des données réfléchies ?

Différentes limites de cette méthode automatique sont apparues dans la littérature et peuvent expliquer ce premier point lié au faible nombre d’applications sur données réelles. Je détaille ci-après différents aspects limitants actuels.

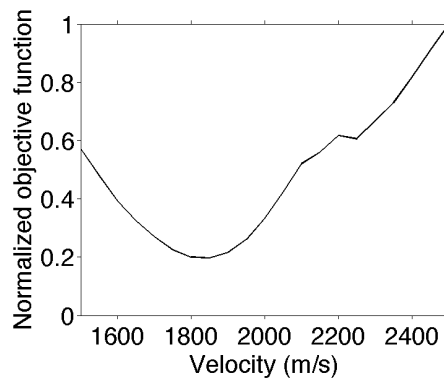


FIGURE 1.8 – Forme de la fonction coût obtenue dans le cas d’un modèle homogène avec un réflecteur. Les CIGs sont calculés par migration classique. La fonction n’est pas minimale pour la bonne vitesse (2000 m/s) et montre des oscillations autour de 2200 m/s.

#### 1.4.1 Artefacts sur les CIGs

Le premier aspect limitant est apparu lors de la construction des CIGs correspondant à un réflecteur dans un modèle de vitesse homogène. Les CIGs ici sont des images en profondeur prises à des positions de surface précises, et exprimées en fonction d’un paramètre redondant. Ici, j’introduis l’offset en profondeur (*subsurface offset*), considéré horizontal. Le critère de convergence de cette méthode est la focalisation d’énergie autour de l’offset en profondeur nul, localisée à la profondeur du réflecteur. Dans le cadre d’une acquisition en surface et de données réfléchies, l’énergie associée au réflecteur montre un changement de courbure en fonction de la vitesse de migration utilisée. Cependant, en raison de la limitation spatiale de l’acquisition et de l’illumination non homogène, les CIGs sont perturbés par des artefacts de migration, et ce, quelque soit la vitesse de migration utilisée. Ces artefacts, qui ont la forme de sourires de migration, sont alors considérés comme du signal à part entière dans la mise à jour du modèle de vitesse via le gradient de la fonction coût. La forme de la fonction coût normalisée exprimée dans le domaine migré afin de pénaliser l’énergie non focalisée est représentée sur la Figure 1.8. Dans ce premier exemple, la vitesse correcte est 2000 m/s. Le minimum de cette fonction n’est pas obtenu à la valeur correcte et des oscillations apparaissent dans la fonction coût. Dans le **Chapitre 3**, cet aspect est analysé et des solutions sont proposées : l’introduction de la migration quantitative est un moyen d’atténuer ces artefacts dans les CIGs. Cet aspect a également été soulevé par [Mulder \(2014\)](#), qui applique une apodisation sur les images migrées afin d’atténuer les artefacts de migration. Cependant, cette solution n’est pas suffisante : dans le cas d’imagerie peu profonde, du signal associé à une réflexion peu profonde peut être alors atténué.

#### 1.4.2 Artefacts sur le gradient

Dans le cadre de l’analyse de vitesse par migration basée sur le principe de semblance différentielle, la fonction coût présente une forme convexe et unimodale ([Symes, 2008b](#)), ce qui permet de considérer une optimisation locale. Ceci est valide pour des milieux très simples 1d. Cependant, le gradient de cette fonction coût, nécessaire dans cette optimisation, présente des

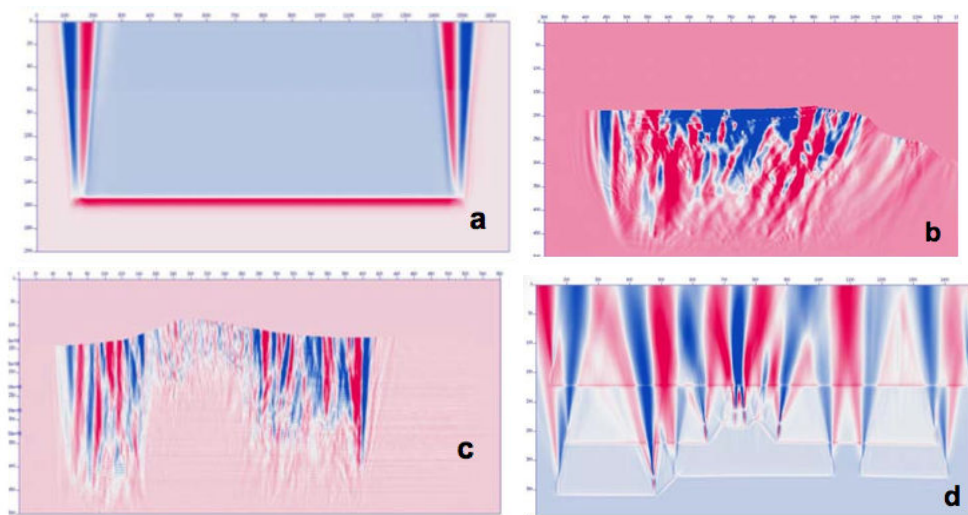


FIGURE 1.9 – Différents gradients obtenus à partir de modèles trop lents ou trop rapides. En théorie, les gradients devraient présenter une couleur homogène. D’après [Fei and Williamson \(2010\)](#).

changements de signe au niveau des réflecteurs ou de toute discontinuité. Connus sous le nom de « *gradient artifacts* », ils ont été révélés par [Vyas and Tang \(2010\)](#) ou [Fei and Williamson \(2010\)](#). Ce problème est présenté sur la Figure 1.9, où les gradients devraient théoriquement présenter le même signe (bleu ou rouge).

Plusieurs explications de ces artefacts sont proposées dans la littérature et sont discutées dans le **Chapitre 2**. Il est évident que, même en lissant d’une manière extrême le gradient, ces artefacts perturbent la convergence de l’inversion dans le cadre d’une optimisation locale. Il est donc essentiel de comprendre l’origine de ces artefacts et d’essayer d’y apporter une solution.

### 1.4.3 Sensibilité au bruit

L’analyse de vitesse par migration est très sensible au bruit. C’est pourquoi le traitement des données et le filtrage de certains éléments dans les CIGs sont très importants, afin d’obtenir des mises à jour du modèle de vitesse cohérentes avec la géologie. Dans l’application sur données réelles de [Chauris and Noble \(2001\)](#), les événements linéaires dans les CIGs ont été filtrés dans le domaine de Fourier. La Figure 1.10 présente les CIGs sans filtrage (en haut). L’analyse locale du CIG s’effectue ici à travers l’application d’une dérivée horizontale. En effet, dans ce cas orienté surface, la cohérence des CIGs se traduit par des événements horizontaux au niveau des réflecteurs.

Cette dérivée augmente le niveau de bruit, et les réflexions n’apparaissent plus dans l’image (Figure 1.10b). Le gradient va dès lors essayer d’expliquer cette information incohérente et non géologique. Si les CIGs sont filtrés, alors les réflexions restent continues après l’application de la dérivée horizontale (Figure 1.10d). De la même façon, [Mulder and ten Kroode \(2002\)](#) introduisent un filtre dans la fonction coût exprimée dans le domaine migré.



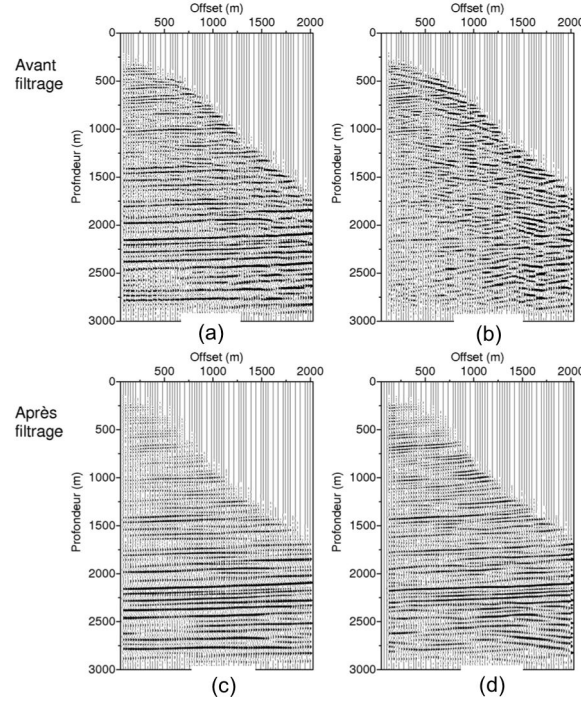


FIGURE 1.10 – CIGs et dérivée horizontale locale associée avant filtrage (en haut) et après atténuation des événements linéaires par un filtre dans le domaine de Fourier (en bas). D'après [Chauris and Noble \(2001\)](#).

#### 1.4.4 Les aspects opérationnels

Le coût numérique de cette méthode est un facteur limitant à des applications sur données réelles de grande extension. Afin de diminuer le risque d'artefacts sur les CIGs, une migration coûteuse numériquement telle la *Reverse Time Migration* est très souvent utilisée. De plus, ces CIGs, qui peuvent être calculés de manière dense, dépendent d'une variable additionnelle, qui est en général l'offset en profondeur ( $h = (h_x, h_y)$ ). En 3-D, pour chaque CIG, le volume  $(h_x, h_y, z)$  doit être calculé et gardé en mémoire pour chaque position  $(x, y)$  ([Duveneck, 2013](#)).

À chaque mise à jour du modèle de vitesse, les champs d'onde doivent être remodelisés, puis le gradient de la fonction coût doit être calculé. Même en utilisant la méthode de l'état adjoint, l'étape de calcul du gradient est très coûteuse. Cet aspect est important pour des applications en 3-D, mais n'est pas vraiment abordé dans cette thèse.

#### 1.4.5 Les données réfléchies

La migration vient de la linéarisation des données par rapport à des perturbations locales de vitesse. L'approximation de Born du premier ordre revient à considérer uniquement les réflexions dans l'analyse de vitesse par migration. Nous proposons ici une nouvelle voie pour prendre en compte les données transmises (directes et plongeantes) afin d'élargir la portée de l'analyse de vitesse par migration. Ces ondes sont particulièrement étudiées dans le **Chapitre 4**.

## 1.5 Plan de thèse

Dans ce chapitre introductif, après présentation de différentes migrations permettant d’obtenir la réflectivité du milieu, j’ai présenté différents aspects limitants actuels de l’analyse de vitesse par migration.

Dans le **Chapitre 2**, je présente les différentes méthodes d’obtention du modèle de vitesse, et je me concentre particulièrement sur celles formulées dans le domaine image. Tout d’abord, les méthodes historiques, basées sur les rais, où la représentation des ondes est réduite au temps de trajet, permettent d’obtenir un macromodèle à l’aide de pointés. Des contraintes géologiques ou physiques peuvent être introduites, afin de combler la sous-détermination du problème inverse.

L’étude de la tomographie basée sur les réflexions, historiquement introduite dans le domaine temporel, a été au fur et à mesure transformée dans le domaine migré, qui permet une interprétation géologique plus facile. Finalement, les champs d’ondes dans leur globalité sont utilisés dans l’analyse de vitesse par migration basée sur l’équation des ondes (WEMVA, *Wave Equation Migration Velocity Analysis*). La semblance différentielle, introduite par [Symes and Carazzone \(1991\)](#), est une méthode automatique d’analyse et de transformation du résidu en mise à jour du modèle de vitesse. Des liens existent entre les méthodes développées dans le domaine des données et dans celui migré. La MBTT (*Migration Based Traveltime Tomography*, [Chavent et al. \(1994\)](#); [Plessix et al. \(1995\)](#)) est par exemple l’équivalent de la semblance différentielle. De nouvelles méthodes dérivées de la MBTT sont présentées également. Dans le cadre de la semblance différentielle, sujet principal de cette thèse, le lien avec l’inversion des formes d’ondes (FWI, *Full Waveform Inversion*) est introduit à travers la notion de modèle étendu ([Symes, 2008b](#)).

À partir des éléments énoncés dans les limitations de cette méthode, mon exposé s’articule autour de deux grandes notions. La première est l’introduction de la migration quantitative, dans le **Chapitre 3**, qui permet de retrouver quantitativement les perturbations du milieu. C’est surtout un autre aspect qui est analysé ici : l’atténuation des artefacts sur les CIGs. Les pondérations introduites dans cette migration sont obtenues dans le cadre de l’approximation des rais. Les principales contributions sont la compensation d’illumination et de la divergence géométrique. Le premier gradient de la fonction coût dans le cas d’un modèle homogène à un réflecteur et dans le cas hétérogène sont présentés. La modification du terme d’erreur rétro-propagé dans le calcul du gradient est également introduit, ce qui permet d’atténuer sensiblement les oscillations autour des réflecteurs sur le gradient. Finalement, des résultats d’inversion sur le modèle hétérogène sont présentés. Un exemple simple de migration itérative est également présenté, afin d’atténuer les artefacts sur les CIGs.

La deuxième notion introduite est l’utilisation des ondes transmises dans l’analyse de vitesse par migration et est l’objet du **Chapitre 4**. De la même manière que pour les ondes réfléchies, les CIGs associées aux ondes transmises (ici les ondes directes et plongeantes) présentent de l’énergie défocalisée quand le modèle de vitesse est incorrect, tandis que l’énergie est focalisée dans la zone d’investigation définie par la profondeur de pénétration des ondes quand le modèle est correct. Je montre dans ce chapitre, qu’en utilisant le même formalisme que pour les ondes réfléchies, les ondes directes peuvent être prises en compte afin de mettre à jour la partie superficielle du modèle de vitesse. Basé sur une modélisation par différences finies, je montre que les ondes

directes peuvent être utilisées dans le cadre d’une acquisition entre puits (CSP, *Crosswell Seismic Profiling*), afin de mettre à jour le modèle de vitesse compris entre ces deux puits verticaux. Je discute ensuite de la stratégie d’inversion où ondes réfléchies et transmises sont utilisées.

Le **Chapitre 5** présente l’application des deux aspects développés dans cette thèse à un jeu de données terrestres 2-D, à savoir la migration quantitative des ondes réfléchies et l’introduction des ondes transmises, afin de mettre à jour la partie superficielle du modèle de vitesse. Des tests sur des modèles de vitesse initiaux présentant des vitesses très éloignées de celle obtenues par une méthode de tomographie des premières arrivées permettent de montrer la robustesse de la migration quantitative. Une inversion à partir de données comportant les arrivées transmises permet de caractériser la proche surface.

Je conclus dans le **Chapitre 6** sur les deux principaux points abordés dans cette étude. Cette étude est basée sur les rais. L’implémentation à l’aide de l’équation des ondes est généralement possible, sauf dans le cas de la migration quantitative, où les pondérations sont calculées à l’aide de la théorie des rais. Je discute alors d’une alternative à la migration quantitative, à savoir l’analyse de vitesse par inversion (Hou and Symes, 2015), qui n’utilise pas les tracés de rais pour estimer des pondérations.

La prise en compte des ondes transmises introduit la possible prise en compte du champ d’ondes dans sa globalité. Certains développements récents introduisent en effet les ondes multiples, qui permettent d’insérer artificiellement des sources secondaires, dans le cas d’illumination partielle due à la géologie ou à un défaut d’acquisition.

## 1.6 Déroulement de la thèse et contributions

Il s’agissait au départ de combiner ondes réfléchies et transmises pour une analyse de vitesse par migration. En effet les premiers travaux de Chauris et al. (2013) et Shen (2013) suggéraient la possibilité de la prise en compte des ondes transmises. Comme elles suivent des parcours différents des ondes réfléchies, elles permettent potentiellement de mieux contraindre l’analyse de vitesse.

Mon premier travail a été de construire les CIGs dans le domaine étendu comportant l’offset en profondeur dans le cas simple d’un modèle homogène et d’un réflecteur, afin de vérifier les formes de CIGs obtenues en fonction de la vitesse du modèle de vitesse. Les artefacts de type sourires de migration sont alors apparus sur les CIGs et la nécessité de les atténuer est devenue essentielle. Des apodisations classiques n’ayant pas suffi, une migration itérative a été testée avec succès. Cependant le coût de l’analyse de vitesse par migration étant déjà élevé en itérant sur le macromodèle, la migration itérative est trop coûteuse pour être considérée ici. C’est pourquoi la migration quantitative, suggérée par Jean Virieux lors de l’EAGE 2013, permettant en une itération d’obtenir des CIGs fidèles à la théorie, a été développée et implémentée. Elle suit la philosophie de Lambaré et al. (1992) et Jin et al. (1992), mais diffère toutefois par la prise en compte de « variables naturelles » permettant de garder le même nombre de variables du domaine des données à celui image.

Dans le cas du milieu hétérogène, les cartes de temps de trajet ont été calculées par résolution de l’Eikonal par différences finies, programmée par Mark Noble (Noble et al., 2015). Dans un



souci d'efficacité de performances, une interpolation des temps de trajet a été permise grâce à l'aide de Thierry Tonellot, ce qui a pu limiter le nombre d'Eikonal à calculer dans l'estimation du gradient et ainsi réduire le coût numérique. Cet algorithme a alors pu être appliqué à un jeu de données réelles.

Contrairement à l'inversion des formes d'ondes ou à la tomographie des temps de trajet où les données de référence sont respectivement les temps de trajet pointés et les données observées, dans l'analyse de vitesse par migration, les données sont migrées et ne peuvent plus être considérées comme données de référence. Un code 2-D de modélisation par différences finies fourni par Hervé Chauris a alors permis de tester mes modèles obtenus par inversion des ondes directes dans le cas de l'acquisition entre puits. L'utilisation des rais pour l'analyse de vitesse par migration et l'équation des ondes pour la vérification a posteriori permettent de consolider les résultats ainsi obtenus.

Je décris ci-après un schéma classique d'analyse de vitesse par migration dans le cas synthétique. Les développements théoriques et applications sur données synthétiques et réelles sont présentés dans ce manuscrit.

Les données observées sont modélisées avec l'approximation de Born, en choisissant un contraste de réflectivité dans le cas des ondes réfléchies, et une réflectivité lisse pour modéliser les ondes plongeantes. Ces données sont ensuite migrées, en appliquant l'adjoint de l'opérateur de Born. L'analyse du résidu par semblance différentielle, puis la prise en compte dans le gradient de la fonction coût par rapport à la vitesse sont les deux aspects les plus essentiels dans cette méthode. Le gradient a été calculé par la méthode de l'état adjoint, valide pour les ondes réfléchies en acquisition en surface, ainsi que les ondes directes en acquisition en surface et entre puits. Les mises à jour du modèle de vitesse sont calculées grâce à une optimisation locale de type gradient conjugué.

J'ai eu l'occasion de présenter mes résultats lors de différentes conférences organisées par l'EAGE (*European Association of Geoscientists & Engineers*), concernant la migration quantitative appliquée aux ondes réfléchies en acquisition de surface et la prise en compte des ondes transmises en acquisition entre puits. Ces travaux ont donné lieu à la publication d'un article présentant les aspects théoriques et des applications synthétiques simples de la migration quantitative ; cet article, publié dans *Geophysical Prospecting*, est présenté dans le **Chapitre 3**. Deux articles sont en cours de soumission, le premier dans *Geophysical Journal International* traitant de l'utilisation hiérarchique des ondes transmises et réfléchies en acquisition entre puits et le deuxième dans *Journal of Applied Geophysics*, présentant les résultats sur données réelles obtenus lors de mon séjour à Saudi Aramco. Ces deux articles sont présentés dans les **Chapitres 4** et **5**, respectivement.

Le détail des publications et des présentations orales ou sous forme de posters peut être trouvé ci-après :

- C.A Lameloise, H. Chauris and M. Noble, 2015, Improving the gradient of the image-domain objective function using quantitative migration for a more robust Migration Velocity Analysis, *Geophysical Prospecting*, **63** (2), 391-404.
- C.A Lameloise and H. Chauris, 2015, Extension of Migration Velocity Analysis to transmitted wave fields, *Submitted to Geophysical Journal International*.

- C.A Lameloise, H. Chauris and T. Tonellot, 2015, Ingredients for making Migration Velocity Analysis applicable to land data, *In preparation for Journal of Applied Geophysics*.
- H. Chauris\*<sup>1</sup>, C.A. Lameloise and D. Donno, 2013, Migration Velocity Analysis with Reflected and Transmitted Waves, 75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC, London, UK, We P01 01.
- H. Chauris\* and C.A. Lameloise, 2014, Removing spurious oscillations in the gradient of the Differential Semblance Optimization functional, 76th EAGE Conference & Exhibition, Amsterdam, The Netherlands, Th P02 08.
- C.A. Lameloise\* and H. Chauris, 2014, Quantitative migration for a more robust Migration Velocity Analysis, 76th EAGE Conference & Exhibition, Amsterdam, The Netherlands, Th G103 13.
- E. Cocher\*, H. Chauris and C.A. Lameloise, 2015, Imaging with Surface-related Multiples in the Subsurface-offset Domain, 77th EAGE Conference & Exhibition, Madrid, Spain, We N101 11.
- C.A. Lameloise\*, H. Chauris and E. Cocher, 2015, Automatic Migration Velocity Analysis Applied to Direct Waves in a Crosswell Configuration, 77th EAGE Conference & Exhibition, Madrid, Spain, We P1 05.
- C.A. Lameloise\*, H. Chauris, 2015, Migration Velocity Analysis Combining Reflected and Direct Wavec in a Crosswell Configuration, 77th EAGE Conference & Exhibition, Madrid, Spain, WS05-B01.
- H. Chauris\*, C.A Lameloise and E. Cocher, 2015, Inversion Velocity Analysis - The Importance of Regularisation, 77th EAGE Conference & Exhibition, Madrid, Spain, WS05-A02.

---

1. L'étoile représente la personne qui a présenté le travail



## Chapitre 2

# Méthodes d'obtention du macromodèle

### Sommaire

2.1	Analyse basée sur les rais . . . . .	32
2.1.1	Tomographie des premières arrivées . . . . .	32
2.1.2	Tomographie en réflexion . . . . .	33
2.1.3	Ajout de contraintes et d'information physique . . . . .	34
2.1.4	De la théorie des rais à l'équation des ondes . . . . .	35
2.2	Analyse basée sur le champ d'ondes dans le domaine temporel . . . . .	35
2.2.1	L'inversion des formes d'ondes . . . . .	35
2.2.2	Résolution de la méthode . . . . .	37
2.2.3	Construction du macromodèle . . . . .	38
2.2.4	Alternatives . . . . .	39
2.3	L'analyse de vitesse par migration, méthode dans le domaine migré . . . . .	40
2.3.1	Méthodes d'analyse du résidu dans l'image migrée . . . . .	41
2.3.2	Le modèle étendu, lien entre l'analyse de vitesse par migration et l'inversion des formes d'ondes . . . . .	42
2.4	Bilan . . . . .	50
2.5	Conclusion . . . . .	51

Dans ce chapitre, je présente différentes méthodes d'obtention du macromodèle de vitesse, contenant les grandes longueurs d'ondes, et présenté dans le **Chapitre 1**. La première partie est consacrée aux méthodes historiques basées sur la théorie des rais : les tomographies des temps de trajet (Bishop et al., 1985). De plus en plus automatiques, ces méthodes sont encore très utilisées dans l'industrie (Woodward et al., 2008). Je présente ensuite différentes méthodes basées sur l'équation des ondes, plus robustes dans les cas de géologie complexe : l'inversion des formes d'ondes dans son mode tomographique (Sava and Biondi, 2004; Symes, 2008b). Cette évolution, présentée partie 2.1.4, permet de prendre en compte le champ d'ondes complet, sans avoir à décomposer les données en terme de temps de trajet, d'amplitude et de signature de la source. Ces méthodes d'analyse de vitesse peuvent être définies dans le domaine des données, ainsi que dans le domaine image (ou migré en profondeur). Dans le domaine des données, l'inversion des formes d'ondes permet l'obtention d'un modèle haute résolution. Cependant, un modèle initial contenant

les grandes longueurs d'ondes est nécessaire à une bonne convergence (Virieux and Operto, 2009; Fichtner, 2010). Dans le domaine image (ou migré), l'analyse de vitesse par migration, qui repose intrinsèquement sur une décomposition d'échelle (migration + tomographie), permet de mettre à jour ce macromodèle. Dans cette méthode, le résidu sur l'image migrée correspondant à un modèle incorrect, est analysé pour remettre à jour le modèle de vitesse. Différentes variantes de cette méthode d'optimisation sont présentées à travers l'introduction du modèle étendu, qui représente le lien entre l'analyse de vitesse par migration et l'inversion des formes d'ondes (Symes, 2008b). La semblance différentielle, introduite par Symes and Carazzone (1991), est un outil d'analyse locale de cohérence des images robuste vis-à-vis du modèle initial. Différentes formulations de semblance différentielle sont présentées dans ce chapitre ; l'orientation profondeur est utilisée dans cette étude. Je clos ce chapitre par un récapitulatif de différentes applications sur données réelles basées sur cette dernière méthode.

## 2.1 Analyse basée sur les rais

La théorie des rais repose sur l'approximation asymptotique haute fréquence de l'équation des ondes. Dans cette approximation, le champ d'onde dépend de la signature de la source, d'un terme d'amplitude et d'un terme de temps de trajet (Courant and Hilbert, 1962; Červený et al., 1977). Les données sont alors réduites à leur temps d'arrivée correspondant à certains événements pointés. Les temps d'arrivée de différents types d'ondes peuvent en effet être utilisés, telles que les ondes transmises, les ondes réfléchies et même les ondes de surface (que l'on ne décrit pas ici, ces ondes étant plutôt utilisées en sismologie ou en imagerie très peu profonde). Différents événements doivent être pointés dans les sismogrammes. Les différentes natures des ondes permettent d'obtenir la meilleure illumination.

La tomographie des temps de trajet est un problème inverse, qui cherche à déterminer le modèle de vitesse qui minimise la différence entre les événements interprétés et ceux calculés numériquement par tracé de rais. Une fonction coût classique est :

$$J(m) = \frac{1}{2} ||T_{obs} - T(m)||^2, \quad (2.1)$$

où  $T_{obs}$  est le temps d'arrivée pointé et  $m$  le modèle de paramètres recherchés. Les résidus sont calculés pour des positions de récepteurs donnés.

Le problème étant sous-déterminé, la solution n'est donc pas unique (Tarantola, 1987; Aki and Richards, 2002), et de l'information a priori doit être introduite, afin de mieux contraindre l'inversion, comme par exemple des régularisations sur le modèle de vitesse (Delprat-Jannaud and Lailly, 1993). Différentes régularisations sont présentées dans la partie 2.1.3.

### 2.1.1 Tomographie des premières arrivées

Le terme « premières arrivées » regroupe les ondes directes, diffractées, réfractées ou plongeantes. Très utilisées en sismologie (Nolet, 1987; Zelt and Barton, 1998), le pointé de ces événements est a priori plus facile que ceux des données réfléchies, de par leur définition. En

imagerie sismique, ces ondes sont principalement utilisées dans le cas de structures peu profondes, en raison de la profondeur de pénétration limitée de ces ondes (Toomey et al., 1994), comme pour des études de contamination de sols (Zelt et al., 2006). Ces ondes apportent également la meilleure illumination entre puits verticaux (Dines and Lytle, 1979; Peterson et al., 1985). De même une tomographie en transmission peut être utilisée dans la détection de failles en considérant des sources en surface et des récepteurs enterrés (Vi Nhu Ba, 2014).

Cette méthode est très sensible à l'illumination et le pointé peut être rendu difficile par la géologie complexe. En sismologie, des grands offsets peuvent être utilisés, ce qui n'est pas toujours le cas lors de campagnes d'exploration, d'où la difficulté à illuminer la partie plus profonde à l'aide de ces ondes. La résolution spatiale est de plus limitée par le rayon de la première zone de Fresnel (Spetzler and Snieder, 2004). Enfin, la tomographie des premières arrivées n'est pas sensible aux zones de vitesse lente.

Les inversions des premières arrivées peuvent être combinées avec d'autres méthodes, afin d'améliorer la contrainte du modèle de vitesse. Par exemple, dans le cas d'un milieu complexe à l'intersection de plaques tectoniques, Jardin et al. (2013) présentent une tomographie des premières arrivées et une tomographie basée sur les ondes réfléchies, seules ou combinées (Figure 2.1). Les ondes réfléchies, qui ont une plus grande profondeur de pénétration, sont le sujet de la prochaine partie.

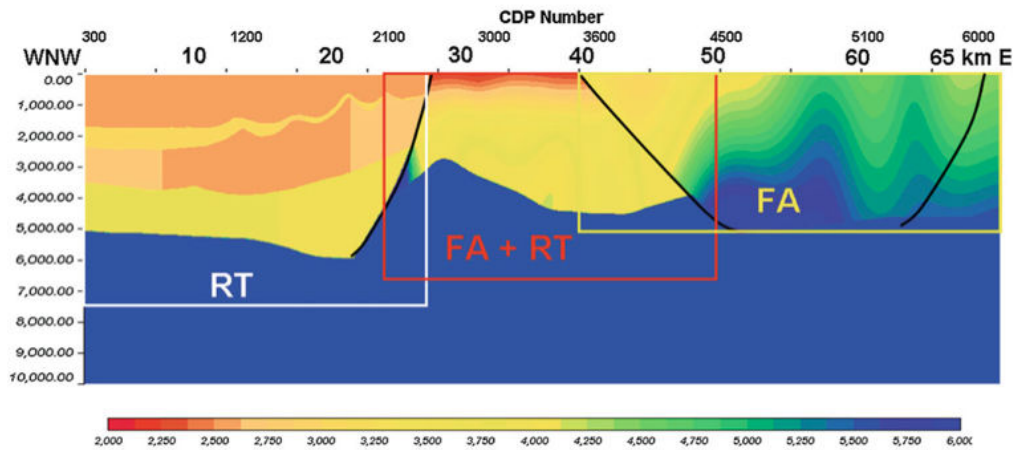


FIGURE 2.1 – Modèle de vitesse à partir de différents temps de trajet inversés. *RT* (*Reflection Tomography*) est la tomographie basée sur les réflexions, tandis que *FA* (*First Arrival*) se base sur les premières arrivées. Les lignes noires symbolisent les limites de plaques tectoniques. D'après Jardin et al. (2013).

### 2.1.2 Tomographie en réflexion

La tomographie en réflexion a été historiquement développée dans le domaine des données, à savoir le domaine temps (Bishop et al., 1985; Farra and Madariaga, 1988). Cette méthode consiste à ajuster la vitesse ainsi que le modèle des réflecteurs en profondeur afin de minimiser la différence entre les arrivées pointées et celles calculées. Suivant l'équation 2.1,  $m$  est alors la combinaison d'un modèle de vitesse et d'un modèle de réflecteurs. L'utilisation des ondes réfléchies

à la place des premières arrivées permet d'améliorer la résolution en réduisant la zone de Fresnel. En l'absence de longs offsets, une ambiguïté entre la vitesse et la profondeur existe (Farra and Madariaga, 1988; Stork, 1992). Une manière de trouver le modèle des réflecteurs est de pointer une série d'événements continus dans l'image migrée, suivi d'une interpolation par B-splines, puis une démigration pour revenir en temps et retrouver les invariants cinématiques (Jacobs et al., 1992; Lailly and Sinoquet, 1996; Nguyen et al., 2008). Le pointé et l'interpolation sont alors source d'incertitudes. Dans les milieux complexes 3-D, où le rapport signal/bruit peut être faible, ce pointé est rendu difficile et très coûteux, ce qui explique le nombre restreint d'applications sur données réelles (Billette et al., 2003).

Afin de limiter ces incertitudes et coûts de pointés d'horizons, l'analyse des réflexions a été introduite dans le domaine migré. Si la migration en temps peut être utilisée comme étape intermédiaire (Raynaud and Robein, 1998), la migration en profondeur est le plus souvent introduite, où la cohérence des réflexions migrées est analysée (Stork, 1992). Des tomographies linéaires et non-linéaires ont été introduites à partir de la migration en profondeur avant sommation, celle non-linéaire possédant un plus grand potentiel à extraire l'information cinématique (Adler et al., 2008; Lambaré et al., 2014). Les implémentations de cette méthode à l'échelle industrielle datent de la fin des années 1990 et cette méthode reste largement utilisée dans l'industrie pour la construction du modèle de vitesse (Woodward et al., 1998; Ehinger et al., 2001; Woodward et al., 2008). Dans les cinq dernières années, la tomographie basée sur les rais a vu son intérêt augmenter, en raison de la haute résolution qui peut être apportée par exemple par la stéréotomographie, présentée dans la prochaine partie (Lambaré et al., 2014).

### 2.1.3 Ajout de contraintes et d'information physique

La tomographie basée sur rais est un problème sous-déterminé requérant de l'information a priori. Des contraintes sur le modèle de vitesse ou des réflecteurs permettent d'augmenter la résolution de cette méthode. Des informations géologiques peuvent être introduites, comme la profondeur du *Gas Oil Contact* du réservoir (Le Stunff and Grenier, 1998). De même, Sexton and Williamson (1998) introduisent des informations d'interprétation des interfaces détectées par migration après sommation. D'autres données géophysiques peuvent être également utilisées a priori. Lines et al. (1988), par exemple, inversent simultanément des données sismiques, des logs de puits, ainsi que des données de gravimétrie.

De l'information physique peut également être introduite. L'exemple le plus concluant et appliqué au niveau industriel est la stéréotomographie (Billette and Lambaré, 1998; Lambaré, 2008; Guillaume et al., 2008; Tieman et al., 2009). Il s'agit d'une tomographie de pente basée sur l'inversion d'événements localement cohérents et des temps d'arrivée de ces événements. La pente des événements localement cohérents est pointée une seule fois simultanément en source et récepteur communs. Cette méthode apporte des améliorations par rapport à la tomographie basée sur les temps des données réfléchies, au sens où le pointé semi-automatique des événements locaux est plus simple que celui des événements continus et ainsi offre un pointé plus dense, et une meilleure résolution. En effet, il n'y a pas ici d'identification à un réflecteur donné. Cette méthode permet de prendre en compte les arrivées réfléchies, réfractées, de polarisations P-P ou

P-S (Alerini et al., 2007; Lambaré, 2008), et plus récemment les arrivées directes (Prioux et al., 2013).

Le développement récent d'approches non-linéaires basées sur cette tomographie de pente, combinées aux nouveaux systèmes d'acquisition de données, permettent le recouvrement spectral discuté dans le **Chapitre 1** (Lambaré et al., 2014). Dans l'approche de « stéréotomographie en profondeur », introduite par Chauris et al. (2002), les invariants cinématiques dans le domaine des données et dans le domaine image sont de même dimension, ce qui permet de garder l'information lors du passage d'un domaine à l'autre. En effet, en 2-D, dans le domaine des données, il s'agit de  $(s, r, t, p_s, p_r)$ , et dans le domaine image de  $(x, z, h, \partial z/\partial x, \partial z/\partial h)$ , où  $p_s$  et  $p_r$  sont les pentes, respectivement à la source et au récepteur.  $\partial z/\partial x$  correspond au pendage dans l'image migrée, tandis que  $\partial z/\partial h$  correspond à la pente résiduelle dans les CIGs, ici en offset commun, noté  $h$ .

#### 2.1.4 De la théorie des rais à l'équation des ondes

Dans la tomographie en réflexion, des pointés sur les réflecteurs dans le domaine des données ou migré sont nécessaires; en analyse de vitesse par migration basée sur les rais, le champ de réflexion complet est utilisé. En ne réduisant pas les données à leur temps de trajet, l'analyse basée sur l'équation des ondes est plus adaptée aux milieux complexes, en étant plus cohérent avec la limitation de fréquence des données sismiques (Sava and Biondi, 2004; Woodward et al., 2008).

Avec les moyens informatiques de plus en plus performants, des analyses basées sur des schémas d'inversion du champ d'onde complet se sont alors développées. Les deux principales méthodes d'obtention de modèle de vitesse sont l'inversion des formes d'ondes (*FWI*) et l'analyse de vitesse par migration basée sur l'équation des ondes (*WEMVA*). Ces deux méthodes diffèrent dans la résolution qu'elles peuvent apporter au modèle de vitesse. L'inversion des formes d'ondes utilise le champ d'ondes complet, alors que, dans les développements classiques, l'analyse de vitesse par migration utilise uniquement le champ réfléchi. Ces deux méthodes n'utilisent pas d'approximation haute fréquence. Elles sont présentées dans la suite de ce chapitre.

## 2.2 Analyse basée sur le champ d'ondes dans le domaine temporel

Dans cette partie, je présente quelques méthodes d'obtention du modèle de vitesse dans le domaine temporel, c'est-à-dire dans le domaine non migré. Si l'inversion des formes d'ondes (*FWI* en anglais, *Full Waveform Inversion*) est une méthode haute résolution adoptée par la communauté géophysique, dont les applications sur données synthétiques sont nombreuses et sur des jeux de données réelles concluants (Operto et al., 2004; Brossier et al., 2009; Fichtner, 2010), des méthodes basées sur le même principe de calage des données permettent de construire le macromodèle. D'autres méthodes comme la corrélation des champs sont également présentées.

### 2.2.1 L'inversion des formes d'ondes

L'inversion des formes d'ondes est une méthode itérative permettant d'obtenir des images haute résolution (Gauthier et al., 1986; Virieux and Operto, 2009). Cette méthode permet en effet



de reconstruire potentiellement avec précision des modèles de vitesse des ondes P, des ondes S, ainsi que la densité, l'anisotropie et l'atténuation (Virieux and Operto, 2009). Pour cela, il s'agit de minimiser l'écart entre données modélisées et données observées. La fonction coût associée est typiquement la norme  $\ell_2$  de cette différence dans le domaine temporel :

$$J_0 = \frac{1}{2} \|d_{obs} - d(s, r, t)\|^2, \quad (2.2)$$

où  $d$  représente les données calculées, dépendant de  $(s, r, t)$ , respectivement la position des sources, des récepteurs et le temps.  $d_{obs}$  représente les données observées. Nous pouvons noter que cette méthode peut également être résolue dans le domaine fréquentiel (Pratt, 1990). Un parallèle peut être fait entre cette formulation et la tomographie des temps de trajet au point de vue de la fonction coût considérée. Cependant, dans l'inversion des formes d'ondes, aucun pointé n'est nécessaire et les données sont utilisées dans leur totalité.

Cette méthode étant fortement non-linéaire, même en l'absence de bruit dans les données, la fonction coût (équation 2.2) présente de nombreux minimum locaux, et certains sont éloignés du minimum global (Gauthier et al., 1986). Le problème connu de saut de phase (*cycle-skipping*) peut alors apparaître si la différence de phase (lié au délai en temps) entre les données synthétiques et observées est plus grande que la moitié d'une période de l'ondelette. La présence de basses fréquences réduit la probabilité de saut de phase, sans pour autant le faire disparaître. En effet, la longueur d'onde  $\lambda$  est liée à la fréquence  $f$  par la formule  $\lambda = v/f$ , avec  $v$  la vitesse du milieu. De plus, cette méthode est très sensible aux amplitudes. Ainsi, une modélisation des champs prenant en compte la physique dans sa meilleure approximation est primordiale. Le succès de cette méthode dépend alors du modèle initial, ainsi que de la présence de très basses fréquences dans les données. Une stratégie classique est maintenant d'inverser les basses fréquences et les grands angles d'ouverture (correspondant aux larges offsets). Les informations du macromodèle peuvent être obtenues à partir des données si elles contiennent de très basses fréquences (Bunks et al., 1995; Pratt et al., 1996). Dans le cas de données réelles, ces fréquences (inférieures à 1 Hz) ne sont cependant pas enregistrables par les systèmes d'acquisition en exploration pétrolière (Sava et al., 2013).

Cette nécessité de modèle initial adéquat est présentée sur la Figure 2.2. Sur la colonne de gauche sont représentés les résultats obtenus à partir d'un modèle initial correct. Sur la colonne de droite sont représentés les résultats obtenus à partir d'un simple gradient, qui ne suit pas la géologie. Au centre est représenté le diagramme de différence de phase. En partant d'un modèle inadéquat, le saut de phase (*360° cycle skip*) affecte le résultat de l'inversion. Après inversion, le modèle obtenu présente, dans sa partie superficielle, ainsi que dans sa partie la plus profonde, des traces d'artefacts. Il y a en effet convergence vers un minimum secondaire.

Afin d'apprécier l'apport des différentes ondes dans l'inversion des formes d'onde, une courte analyse de résolution est présentée dans la partie suivante.

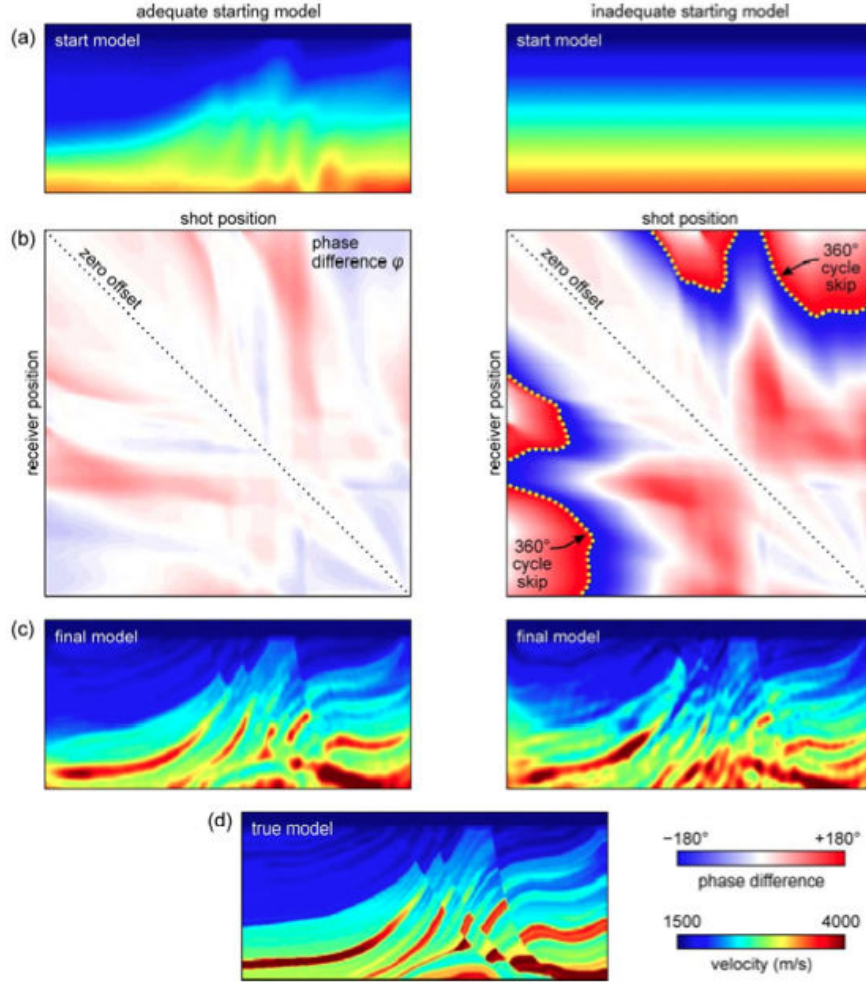


FIGURE 2.2 – Importance du modèle initial basse fréquence dans l'inversion des formes d'ondes. À gauche sont représentés les résultats obtenus à partir d'un modèle initial correct, tandis qu'à droite sont représentés les résultats obtenus à partir d'un modèle inadéquat. De haut en bas sont représentés le modèle initial, le diagramme de phase, le modèle après inversion et le modèle correct. D'après [Shah et al. \(2012\)](#).

### 2.2.2 Résolution de la méthode

Le nombre d'onde  $\mathbf{k}$  associé au point diffractant  $\mathbf{x}$  en subsurface est lié à la fréquence  $\omega$  et l'angle de diffraction  $\theta$  par la relation ([Miller et al., 1987](#)) :

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_r = \frac{\omega}{v} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \mathbf{n}, \quad (2.3)$$

où  $\mathbf{k}_s$  est le nombre d'onde associé à la source,  $\mathbf{k}_r$  celui associé au récepteur.  $v$  est la vitesse au point  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{n}$  est la normale, définie par la somme  $\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_r$ . Cette relation est valable pour toute interaction entre deux champs d'ondes. Le nombre d'onde du modèle décrit ici la résolution et le pendage d'un point diffractant potentiel. On s'intéresse ici à la norme du nombre d'onde  $\mathbf{k}$ .

D'après l'équation 2.3, afin de mettre à jour les petits nombres d'onde  $\mathbf{k}$  (ou de façon équivalente les grandes longueurs d'ondes), les ondes transmises (du fait de leur grand angle de diffraction), en particulier celles plongeantes (pour lesquelles  $\theta \simeq \pi$ ), sont très utilisées. Dans

l'analyse de sensibilité de [Neves and Singh \(1996\)](#), il est montré que les variations de longueurs d'onde moyennes sont sensibles aux données à angle critique. En effet, leur prise en compte permet de réduire les minimum locaux. Les ondes réfléchies à courts offsets possèdent un angle de diffraction faible, ce qui met à jour les petits nombres d'onde. Ces ondes seules ne peuvent retrouver le spectre complet du nombre d'onde, mais elles sont importantes dans l'analyse de la partie profonde. Cette analyse permet à [Alkhalifah \(2015\)](#) de proposer un filtre sur le gradient basé sur l'angle de diffraction, ou de façon similaire basé sur le nombre d'onde, afin d'isoler l'information relative au macromodèle dans les premières itérations.

L'inversion des formes d'ondes est une méthode générale utilisée comme une alternative à la tomographie haute résolution pour les zones où se côtoient ondes plongeantes et réfléchies. Cette zone est limitée par la pénétration des ondes transmises. Pour mettre à jour la partie plus profonde du modèle, des développements récents ont été introduits, comme l'étude des ondes réfléchies, introduites sous le nom de RFWI ou RWI (*Reflection Full Waveform Inversion*). Ces méthodes sont présentées dans la prochaine partie.

Pour de plus amples détails sur les aspects théoriques et les applications de l'inversion des formes d'ondes, le lecteur peut se référer à [Virieux and Operto \(2009\)](#) ou à [Fichtner \(2010\)](#). Je présente dans la partie suivante différentes méthodes développées à partir du formalisme d'inversion des formes d'ondes (et donc formulées dans le domaine des données) et qui permettent de retrouver le macromodèle de vitesse.

### 2.2.3 Construction du macromodèle

Une première construction du macromodèle dans le domaine des données est connue sous le nom de la MBTT (*Migration Based Traveltime Tomography*), introduite dans [Chavent et al. \(1994\)](#) et [Plessix et al. \(1995\)](#). Dans cette méthode, la réflectivité est construite à partir d'une inversion aux sens des moindres carrés des courts offsets. Après sommation, les données sont régénérées pour tous les offsets et comparées à celles observées. Cette méthode permet de garder la bonne phase pour les courts offsets. La différence entre données calculées et observées est alors minimisée au sens des moindres carrés, comme dans l'inversion des formes d'ondes.

Inspirée de cette méthode, la RWI ou RFWI (*Reflection Waveform Inversion*), est une alternative pour construire le macromodèle de vitesse ([Ma and Hale, 2013](#); [Xu et al., 2012](#); [Zhou et al., 2015](#)). À partir de l'analyse des ondes réfléchies, la mise à jour du modèle de vitesse s'effectue en utilisant une réflectivité connue a priori, qui est mise à jour par migration en utilisant le modèle de vitesse précédent. Les aspects théoriques de l'introduction de la RFWI dans la MBTT peuvent être trouvés dans [Chavent et al. \(2015\)](#), où l'espace du modèle est décomposé en deux sous-espaces orthogonaux selon l'approximation de Born. La JFWI (*Joint Full Waveform Inversion*) permet alors de combiner l'inversion des formes d'ondes et la RWI, en combinant ondes plongeantes et réfléchies. Cette méthode permet d'obtenir le macromodèle, et servir de point de départ pour une inversion des formes d'ondes ([Zhou et al., 2015](#)). Comparée à la RWI considérée seule, l'utilisation des ondes plongeantes permet de bien imager la partie superficielle, ce qui permet a posteriori d'obtenir une meilleure image en profondeur.

D'autres méthodes s'inspirant de la MBTT ont vu le jour, comme la DWI (*Differential*

*waveform inversion*, proposée par [Chauris and Plessix \(2013\)](#). Dans cette méthode, une réflectivité optimale est obtenue pour un tir donné. Avec le calcul du tir suivant, il s'agit de minimiser la différence entre le tir construit avec la réflectivité obtenue et celui observé à la même position, et ainsi de suite. L'intérêt de cette méthode réside en la prise en compte des multiples de surface. En présence de données réfléchies uniquement, la DWI est l'équivalent dans le domaine temps de la semblance différentielle (DSO). Dans la même idée, [Staal and Verschuur \(2012\)](#) introduisent la JMI (*Joint Migration Inversion*), qui permet de prendre en compte les multiples internes. Dans cette méthode, les résidus entre données observées et celles estimées par modélisation (*Full Wavefield Modeling*) sont transformés en mises à jour de réflectivité (à partir de l'amplitude) et de vitesse (en utilisant la phase). D'autres développements dans le domaine des données comme la séparation du champ d'ondes en ondes montantes et descendantes (*Decomposition Based Wavefield Inversion*), permettent de retrouver le macromodèle, dans le cas de structures géologiques horizontales ([Wang et al., 2013](#)).

D'autres méthodes sont développées dans le domaine de Laplace ou de Laplace-Fourier. Dans ce domaine, il est proposé de caler d'abord les premières arrivées, pour ensuite prendre en compte progressivement les suivantes ([Sirgue and Pratt, 2003](#); [Shin and Cha, 2008](#)), ce qui permet de limiter sensiblement les grandes différences de phase. Ces inversions sont appliquées aux données multipliées par une fonction exponentielle décroissante en temps. Cela permet d'avoir des résultats satisfaisants, mais extraire l'information dans le domaine de Laplace est difficile quand les données sont bruitées, du fait de la rapide décroissance d'amplitude des champs de Laplace avec l'offset. Dans la pratique, les premières arrivées doivent être pointées, afin d'appliquer un mute avant cette arrivée pour obtenir une transformée de Laplace stable. En effet, ce bruit avant les premières arrivées serait amplifié de manière exponentielle.

Cette idée de [Shin and Cha \(2008\)](#), a été reprise et développée par [Chauris et al. \(2012\)](#) sous le nom de *Normalized Integration Method* (NIM). L'idée est d'avoir un signal qui augmente avec le temps, comme mesure de l'accumulation d'énergie durant la propagation. Il ne s'agit plus de comparer des signaux oscillants, mais des signaux qui augmentent avec le temps. La fonction coût est beaucoup plus quadratique. Cependant, cette méthode est très sensible au bruit, même Gaussien.

Des méthodes considèrent également l'extraction de l'enveloppe et de la phase du signal ([Wu et al., 2014](#)), en calculant le logarithme des données pour travailler sur la phase des signaux. La direction de convergence est donnée par les temps de trajet dans les premières itérations, puis par les amplitudes après quelques mises à jour.

## 2.2.4 Alternatives

Si la minimisation de la différence entre données observées et calculées est la base de l'inversion des formes d'ondes et permet d'obtenir un modèle haute résolution sous les conditions énoncées précédemment, d'autres mesures de calage des données, moins sensibles au saut de phase, permettent de trouver le macromodèle.

Une méthode employée est la cross-corrélation des données observées et modélisées (*CCTT : Cross-correlation travelttime* ([Luo and Schuster, 1991](#); [Wang et al., 2014](#))). Dans cette méthode,

les résidus de temps de trajet correspondent au maximum de la fonction de cross-corrélation. Si le modèle de vitesse est correct, alors la corrélation des champs est maximale. Van Leeuwen and Mulder (2010) montrent que pénaliser le maximum de la fonction au lieu de le pointer est plus robuste vis-à-vis des erreurs de différence de phase, dus au mauvais choix de l'ondelette source. Des fonctions coûts multipliées par le temps ont pour but de pénaliser le résidu pour l'optimisation, en considérant une géométrie idéale (fréquence infinie, illumination parfaite). Des normalisations peuvent être introduites, comme par exemple l'enveloppe de l'auto-corrélation des données observées, ce qui permet de prendre en compte la dimension finie de la plage de fréquences des données (Van Leeuwen and Mulder, 2010; Diaz and Sava, 2015).

L'occurrence de saut de phase est moins probable que dans l'inversion des formes d'ondes, car on ne considère pas ici la différence, mais la corrélation des champs (Luo and Schuster, 1991; Van Leeuwen and Mulder, 2010; Wang et al., 2014). Cependant, en cas de variations rapides des différences de temps de trajet, ce problème peut tout de même apparaître. Cette mesure de corrélation est robuste si un couple d'événements correspondant à un réflecteur est considéré. En cas contraire, des événements non associés à un réflecteur peuvent corrélérer, ce que l'on appelle la *cross-talk*. Des méthodes de fenêtrage Gaussien ont alors été développées afin d'extraire les erreurs cinématiques locales, tout en réduisant la probabilité de *cross-talk* (présenté dans le Chapitre 1) (Hale, 2006). De même la corrélation orientée permet de prendre en compte la directionnalité de propagation.

La déformation entre les données observées et calculées peut être calculé à l'aide de la DIW (*Dynamic Image Warping*), qui est plus robuste que la corrélation vis-à-vis du saut de phase quand les délais changent rapidement (Ma and Hale, 2013). Nous pouvons noter l'équivalent dans le domaine migré, introduit par Perrone and Sava (2015). La déconvolution peut également remplacer la corrélation pour une meilleure résolution (Luo and Sava, 2011). Cette méthode est également utilisée par Warner and Guasch (2014, 2015) dans la AWI (*Adaptive Waveform Inversion*), en étant moins sensible aux erreurs de source, dans les données ou dans la modélisation que l'inversion des formes d'ondes. Le principe est le remplacement de la minimisation de la différence des champs par leur division. Dans le domaine fréquentiel, cela consiste à appliquer un filtre Wiener. Pour un modèle optimal, le filtre entre données calculées et observées serait un dirac. Il s'agit donc de rendre le filtre le plus proche possible d'un dirac.

J'ai présenté dans cette partie des méthodes développées dans le domaine des données, afin de retrouver le macromodèle. De façon similaire à la tomographie basée sur les réflexions, les méthodes gagnent à être développées dans le domaine migré, qui permet d'améliorer le rapport signal/bruit. Ces méthodes sont alors rassemblées sous le terme d'Analyse de Vitesse par Migration (en anglais *MVA*).

## 2.3 L'analyse de vitesse par migration, méthode dans le domaine migré

Développée dans le domaine migré profondeur, l'analyse de vitesse par migration est basée sur le principe que si le bon modèle de vitesse est utilisé lors de la migration, les images obtenues

en fonction d'un paramètre redondant doivent être cinématiquement cohérentes (Al-Yahya, 1989). Cette méthode s'inspire très largement de la méthode NMO (*Normal Move Out*). Dans cette méthode, formulée dans le domaine temps, après que les données ont été triées en point commun, les réflexions apparaissent sous forme d'hyperboles. Il s'agit alors, afin de redresser les hyperboles, de trouver les couples temps-vitesses adéquats (Yilmaz, 1987). Avec la bonne vitesse de migration, les événements n'auront aucune courbure et se sommeront de façon cohérentes (Gardner et al., 1974). Une vitesse NMO peut alors être obtenue via un pointé de panneaux de semblance. Dans le cas d'un milieu stratifié, on peut alors obtenir la vitesse quadratique du milieu, puis la vitesse d'intervalle de chaque couche par la formule de Dix (Dix, 1955). La correction DMO (*Dip Move Out*) est également utilisée dans le cas de réflecteurs pentés. En pratique, cet opérateur est appliqué dans un milieu supposé à vitesse constante.

Si la NMO peut parfaitement s'appliquer pour des structures quasi-horizontales, son application dans des cas de géologie complexe est plus qu'approximative. En utilisant la même idée et en introduisant la migration profondeur avant sommation, Al-Yahya (1989) a introduit une analyse de semblance sur les images migrées regroupées en fonction d'un paramètre (appelées CIGs, présentés au **Chapitre 1**), afin d'évaluer et de mettre à jour le modèle de vitesse. Cette introduction a posé les bases de l'analyse de vitesse par migration, qui se caractérise par une succession itérative de migrations en profondeur pour des sous-ensembles de données et de tomographie. L'erreur due à un modèle de vitesse inadéquat (appelée résidu) est analysée dans le domaine migré en profondeur et est alors transformée en mise à jour de vitesse (Al-Yahya, 1989). Cette méthode est le pendant de la tomographie en réflexion. Nous pouvons également noter que la migration peut être effectuée avec ou sans les rais.

Contrairement à la méthode d'inversion des formes d'ondes, la fonction coût dans le domaine image, si elle est bien choisie, peut être unimodale et permettre alors la convergence à partir d'un modèle éloigné de celui correct (Symes, 2008b).

Cette méthode, très étudiée sur des cas synthétiques, a également donné des résultats supérieurs à ceux de tomographie basée sur les rais dans le cas de géologie complexe, telle l'imagerie sous dômes de sel (Sava and Biondi, 2004) ou des nappes de gaz (Shen and Symes, 2008).

L'étape clé de cette méthode est l'analyse du résidu dans les CIGs, présentée dans la partie suivante.

### 2.3.1 Méthodes d'analyse du résidu dans l'image migrée

Différentes méthodes de prise en compte de ce résidu ont été développées. Certaines requièrent un pointé, tandis que d'autres sont automatiques.

#### 2.3.1.1 Méthodes avec pointés

Parmi les méthodes non automatiques, Chauris et al. (2002) pointent les événements localement cohérents, et établissent l'équivalence avec la stéréotomographie, développée dans le domaine des données, présentée précédemment. En effet, aplatir localement des événements dans le domaine migré est équivalent à faire correspondre les pentes observées et calculées par tracé de rais dans le domaine des temps (Prioux, 2012).



De la même manière, le pointé d'événements continus a été introduit par Liu (1997). Dans Etgen et al. (2002), des fenêtres autour des horizons dans les données migrées sont extraites et des analyses de semblance sont menées.

Une méthode, proposée par Biondi and Sava (1999) consiste à appliquer une migration résiduelle de Stolt (dans le domaine de Fourier) avant sommation pour différents rapports de vitesse migrée sur vitesse correcte (ou la meilleure approximation). Cette méthode est appelée DRM (*Differential Residual Migration*, Sava and Biondi (2004)). En effet, Al-Yahya (1989) a introduit le lien entre l'opérateur de migration résiduelle et le rapport des modèles de vitesse. Des cartes de semblance sont alors générées, et les maxima sont pointés. À partir de ces pointés, la valeur optimale du rapport des vitesses est obtenue, et ainsi la perturbation de l'image différentielle linéarisée est calculée. Cette linéarisation permet de s'affranchir du problème de saut de phase. L'opérateur associé à cette migration résiduelle applique différentes rotations de phase à l'image pour différents angles de réflexion et pentes géologiques (Sava, 2004). Cette méthode, et plus particulièrement le gradient, est comparée à une méthode automatique dans Vyas and Tang (2010), et le résultat est également présenté dans ce chapitre (partie 2.3.2.4).

### 2.3.1.2 Méthodes automatiques sans pointés

Des méthodes automatiques d'analyse du résidu local sur les CIGs ont également été introduites, parmi lesquelles nous pouvons citer la semblance, la semblance différentielle et la corrélation d'images.

La semblance classique considère une mesure de l'énergie de l'image migrée (Toldi, 1989; Soubaras and Gratacos, 2007). La semblance différentielle, introduite par Symes and Carazzone (1991), mesure l'énergie de la différence entre deux images adjacentes. Finalement, la corrélation locale entre images migrées, a été introduite par Perrone et al. (2015), dans le but de mesurer le décalage normal au réflecteur. Des paires d'images d'expériences adjacentes sont considérées et les corrélations locales entre les deux images sont utilisées. Le maximum de corrélation correspond alors à la position du réflecteur.

Je m'intéresse ici particulièrement à la méthode de semblance différentielle, formulée dans un modèle dit étendu, qui permet de relier l'analyse de vitesse par migration et l'inversion des formes d'ondes. Cette notion, introduite par Symes (2008b), est présentée dans la prochaine partie.

Un CIG classique en fonction de l'offset en surface a été présenté dans le **Chapitre 1** ; dans la suite, je présente également des CIGs dits « étendus », obtenus par migration dans le domaine étendu.

## 2.3.2 Le modèle étendu, lien entre l'analyse de vitesse par migration et l'inversion des formes d'ondes

### 2.3.2.1 Différentes formulations de la fonction coût

Les méthodes d'analyse de vitesse par migration et d'inversion des formes d'ondes sont complémentaires car elles sont de résolution différente. En effet, en prenant comme modèle initial un modèle obtenu par analyse de vitesse par migration (qui explique alors la cinématique de

propagation des ondes), l'inversion des formes d'ondes converge vers une solution raisonnable, sans besoin de très long offsets, ni de très basses fréquences (Shah et al., 2012; Diaz et al., 2013). Si ces deux méthodes peuvent être appliquées en cascade, elles peuvent aussi être menées simultanément. Le lien entre ces deux méthodes est le concept de modèle étendu Symes (2008b). Comme introduit dans le **Chapitre 1**, l'analyse de vitesse par migration est intrinsèquement liée à l'approximation de Born et à la séparation des échelles.

La migration est formulée dans un modèle dit étendu, et les CIGs dépendent alors d'un paramètre additionnel. Le modèle  $m(\mathbf{x})$  devient alors étendu, en dépendant d'une variable supplémentaire  $p$ . Celle-ci a une dimension telle que la dimension des données est égale à celle du modèle.  $p$  est à une dimension en 2-D, et à deux dimensions en 3-D.

Une fonction  $A$ , appelée annihilateur va alors être introduite, afin de pénaliser l'énergie due à une erreur de vitesse ou bien favoriser l'énergie correspondant à un modèle de vitesse correct. Ainsi, différentes formulations peuvent être introduites :

- une formulation telle que minimiser la fonction coût soit équivalent à la solution aux moindres carrés du problème inverse linéarisé.
- suivant le critère de semblance : dans la formulation orientée surface, il s'agit de la sommation de toutes les traces pour un paramètre d'acquisition donné. En orientation profondeur, il s'agit de la focalisation d'énergie en  $h = 0$ , donnée par la fonction  $\delta(h)$ ,
- suivant le critère de semblance différentielle : dans la formulation orientée surface, il s'agit de la non-dépendance des images migrées par rapport à un paramètre d'acquisition, d'où les fonctions coûts sont de la forme  $\|\frac{\partial}{\partial h} I\|^2$  où  $h$  est en général l'offset ou la position du point de tir et  $I$  le CIG. Dans la formulation en profondeur, il s'agit d'un critère de focalisation d'énergie, géré par l'application de la fonction  $h$  (où  $h$  est l'offset en profondeur).

Dans l'**Annexe**, je présente le lien entre ce que j'ai présenté ici et les notations utilisées dans Symes (2008b), qui sont reprises dans d'autres chapitres. Je présente maintenant deux formulations de la semblance différentielle, à savoir l'orientation surface et l'orientation profondeur.

### 2.3.2.2 La semblance différentielle orientée surface

L'optimisation par semblance différentielle originale repose sur la migration d'un sous-ensemble des données (point de tir commun, offset ou angle de diffraction commun). Cette formulation exploite la redondance de paramètres d'acquisition et l'invariance de l'image obtenue en fonction de ce paramètre. Je présente sur la Figure 2.3 la formulation à offset commun. Dans la pratique, d'autres méthodes de tris des données peuvent être considérées comme les points de tirs communs (Huang and Symes, 2015). Pour une position en surface donnée (pointillés sur la Figure 1.7), le CIG est obtenu, en fonction du paramètre introduit. En représentant la profondeur sur l'axe vertical et le paramètre redondant à l'horizontal, le critère cinématique recherché est alors l'aplatissement des événements correspondants aux réflexions dans les CIGs. Si les CIGs présentent des événements horizontaux, alors ils ne dépendent plus du paramètre introduit, et donc le modèle de vitesse utilisé est alors cinématiquement correct. Dans le cas contraire, ce modèle doit être mis à jour.

Dans les orientations en surface, le critère de semblance a été étudié de façon intensive. Il s'agit d'une méthode robuste vis-à-vis du bruit (Soubaras and Gratacos, 2007), mais la fonction



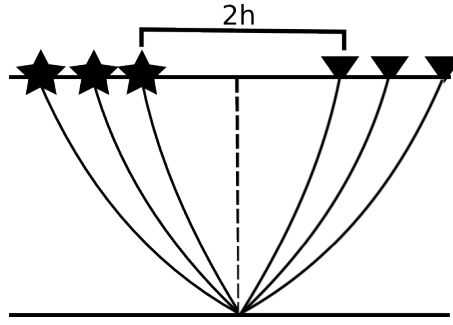


FIGURE 2.3 – Semblance différentielle orientée surface.  $h$  représente le demi-offset.

est moins quadratique et de possibles extrema secondaires peuvent apparaître si le modèle de départ est éloigné du modèle correct (Chauris and Noble, 2001). Ce critère est une généralisation du critère connu de l'analyse de vitesse stackée. L'énergie du stack peut en effet être une preuve de bonne qualité : interférence constructive dans la somme des offsets.

Une fonction coût de l'optimisation par semblance différentielle orientée surface consiste alors à mesurer la dérivée horizontale de l'événement sismique dans le domaine migré et à la minimiser. Ainsi, la dérivée horizontale (en fonction de l'offset ou de l'index de source par exemple) est en général utilisée comme critère de cohérence des CIGs.

Quand le champ d'ondes est complexe (*multipathing*), des artefacts cinématiques perturbent l'analyse de ces CIGs orientés surface, qui s'expliquent par la migration partielle d'un sous-ensemble de données. Par manque de contraintes, même si le bon modèle de vitesse est utilisé, les CIGs ne sont pas plats, et sont perturbés par les artefacts et rien ne les distingue des formes associées aux réflecteurs. Ces artefacts peuvent être aussi énergétiques que les événements physiques (Xu et al., 2001; Stolk and Symes, 2004).

La formulation orientée profondeur, présentée dans la prochaine section, est moins perturbée par les artefacts. En comparaison avec la formulation orientée surface, chaque cellule dans le domaine migré dépend de toutes les traces et non uniquement d'un sous-ensemble de données. L'image est alors mieux contrainte. C'est ce qui a été démontré en théorie par Stolk and de Hoop (2005) sous certaines conditions (extension uniquement horizontale pour l'offset en profondeur, les ondes se propagent essentiellement verticalement).

### 2.3.2.3 La semblance différentielle orientée profondeur

La formulation orientée profondeur introduit une variable supplémentaire dans le volume image, indépendante des paramètres d'acquisition. Il peut s'agir de délais spatiaux (Shen et al., 2003) ou temporels (Yang and Sava, 2011), ainsi qu'un angle de diffraction (Sava and Fomel, 2003). L'idée principale de cette introduction est de garder la même taille pour les données et pour le modèle ; ainsi, après migration, l'information est préservée, même pour un modèle de vitesse incorrect. Dans la formulation où l'angle de diffraction est introduit, le critère de convergence est l'aplatissement des événements en fonction des angles. Les paramètres de délais sont les plus souvent utilisés. En prenant en compte ces délais, la condition d'imagerie consiste en la cross-corrélation dite étendue entre le champ incident propagé  $S(\mathbf{s}, \mathbf{x}, t)$  et le champ d'onde

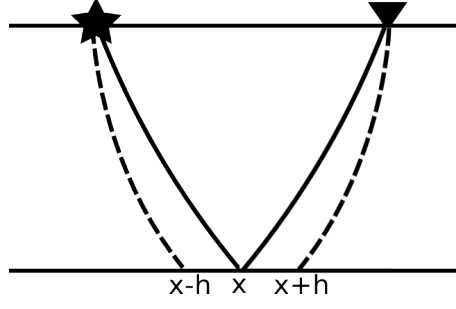


FIGURE 2.4 – Semblance différentielle orientée profondeur. À noter que  $\mathbf{h}$  représente l'offset en profondeur, et est différent de celui utilisé dans la Figure 2.3.

résidu rétropropagé  $R(\mathbf{s}, \mathbf{x}, t)$ , formulée dans le domaine temporel et fréquentiel selon (Sava and Vasconcelos, 2011) :

$$\begin{aligned} I(\mathbf{x}, \mathbf{h}, \tau) &= \iint ds dt S(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, t - \tau) R(\mathbf{s}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, t + \tau) \\ &= \iint ds d\omega e^{2i\omega\tau} S^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) R(\mathbf{s}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega) \end{aligned} \quad (2.4)$$

où  $\tau$  et  $\mathbf{h}$  sont des délais respectivement temporels et spatiaux.

Ici, au lieu de mesurer l'aplatissement du CIG comme dans l'orientation surface, le critère est la focalisation d'énergie. En effet, si le bon modèle est utilisé, l'énergie se focalise en  $\mathbf{h} = 0$  et/ou en  $\tau = 0$  à la profondeur du réflecteur.

Je considère ici l'introduction de l'offset en profondeur uniquement ( $\tau = 0$ ). dans certains cas à géologie complexe (comme l'imagerie de dômes de sel verticaux), la qualité des CIGs se dégradant avec les pentes géologiques (Symes, 2002; Biondi and Symes, 2004), l'offset en profondeur peut être projeté selon des coordonnées choisies selon la géologie. Généralement, il est considéré uniquement horizontal ( $\mathbf{h} = (h, 0)$  en 2-D).

Cette projection horizontale de l'offset en profondeur suit la définition de Claerbout (1971), où le principe de sources et récepteurs coulés (*sinken-survey*) est énoncé. Le système d'acquisition est extrapolé à une profondeur  $z$ . La source a pour coordonnées  $(x - h, z)$  et le récepteur  $(x + h, z)$ . Dans mon étude, suivant cette formulation, l'offset en profondeur a une extension uniquement horizontale (Figure 2.4).

Les CIGs sont alors des images en profondeur en fonction de l'offset en profondeur considéré horizontal. Afin de quantifier l'erreur de vitesse sur ces images, une fonction coût est introduite.

### Fonction coût standard

Afin d'analyser cette focalisation, l'énergie de l'image en  $\mathbf{h} = 0$  (*imaging power*) peut être mesurée. C'est le moyen de créer l'image « physique ». En effet, cette image est définie comme la somme de tous les événements de la cross-corrélation prise en 0. La fonction objective associée n'exploite qu'une partie de la fonction de cross-corrélation des champs source et récepteur.

Afin d'extraire plus d'information de l'image, la fonction coût peut être définie comme pénalisation de l'énergie non focalisée en  $\mathbf{h} = 0$ . Une fonction coût standard s'écrit :

$$J_{DSO} = \frac{1}{2} |h\mathbf{I}(\mathbf{x}, h)|^2. \quad (2.5)$$

Chaque cellule de l'image migrée est multipliée par  $|h|$ , donc dans le cas d'un bon modèle de vitesse, la valeur de la fonction objective associée à la migration orientée profondeur (équation 2.5) est théoriquement nulle. Dans le cas contraire, toute énergie non focalisée en  $h = 0$  correspond à une erreur de vitesse. Cette formulation considère une acquisition parfaite (fréquences infinies, acquisition à extension infinie). Des opérateurs corrigeant un défaut d'illumination ou d'acquisition peuvent également être introduits (Yang et al., 2013).

Un parallèle est effectué dans Shen and Symes (2008) entre l'introduction d'un offset en profondeur et l'angle de diffraction, où une fonction coût proposée par Sava and Fomel (2003) est similaire à celle classique introduite dans l'extension en surface, en mesurant le caractère horizontal du CIG :

$$J = \frac{1}{2} \left| \frac{\partial}{\partial \theta} R\mathbf{I} \right|^2, \quad (2.6)$$

où  $R$  est la transformée de Radon. La dérivée présente dans l'équation 2.6 est à mettre en parallèle avec la multiplication par  $|h|$  dans l'équation 2.5.  $|h|$  représente en fait la norme de  $ih$ , terme provenant d'une dérivée dans une transformée de Fourier.

Shen and Symes (2008), dans leur comparaison d'introduction de l'offset en profondeur et de l'angle de diffraction, concluent que l'inversion basée sur l'introduction du délai spatial est plus facile à faire converger pour des raisons pratiques.

### Fonctions coûts alternatives

Des alternatives à la fonction coût de l'équation 2.5 ont été développées, comme la combinaison de la mesure de l'énergie de l'image physique et la semblance différentielle (Shen and Calandra, 2005; Shen and Symes, 2008) :

$$J = \frac{1}{2} \left( \|h\mathbf{I}(\mathbf{x}, h)\|^2 - \alpha \|\delta(h)\mathbf{I}(\mathbf{x}, h)\|^2 \right). \quad (2.7)$$

Le premier terme de l'équation 2.7 associé à la semblance différentielle corrige les erreurs de cinématique, tandis que le second terme va améliorer la focalisation de l'image physique  $\|I(x, h = 0)\|^2$ . En effet, proche de la solution optimale, la semblance est un outil robuste.

Alternativement, l'énergie du volume image complet peut être introduite comme terme de normalisation ( $\|I(x, h)\|^2$ ). C'est le cas dans quelques études récentes où les grandes amplitudes situées dans le domaine non physique sont alors prises en compte (Tang and Biondi, 2011; Shen, 2012; Zhang and Shan, 2013). La fonction coût associée peut être formulée sous la forme de somme de deux termes (comme l'équation 2.7), ou peut se mettre sous la forme du rapport des deux termes, ce qui permet de ne pas avoir à estimer la valeur du coefficient  $\alpha$  (par interprétation). C'est sous cette forme que la fonction coût est formulée dans cette étude, ce qui permet de réduire l'effet des variations d'amplitude :

$$J = \frac{1}{2} \frac{|hI(\mathbf{x}, h)|^2}{|I(\mathbf{x}, h)|^2} \quad (2.8)$$

Sur la Figure 2.5, je présente la fonction coût classique et celle normalisée dans le cas d'un milieu homogène à une interface pour différentes vitesses de migration. Une migration classique est utilisée et différentes vitesses de migration sont testées, correspondant à différents rapport (vitesse de migration/vitesse correcte). Le minimum ne correspond pas à la vitesse correcte (ratio=1) (voir le **Chapitre 3** pour les explications), mais la normalisation permet de rendre cette fonction coût plus convexe. La fonction coût est en effet plus symétrique, en raison du terme d'illumination. De plus, Cette formulation réduit le poids des artefacts dans la fonction coût, en prenant en compte l'énergie pour des offsets en profondeur non nuls dans la normalisation.

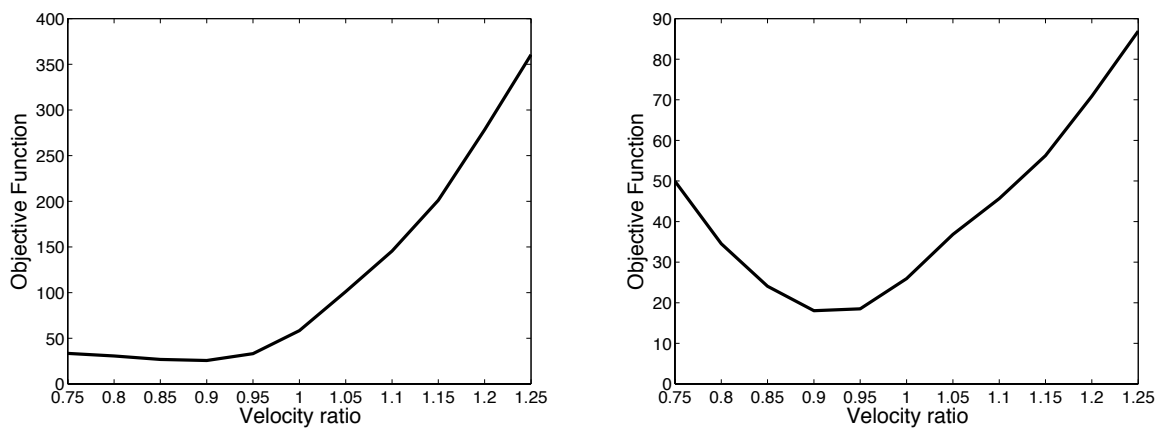


FIGURE 2.5 – Fonction coût standard (équation 2.5) (à gauche) et normalisée (équation 2.8) (à droite), représentée en fonction du rapport (vitesse de migration/vitesse correcte).

### 2.3.2.4 Gradient de la fonction coût

Après analyse automatique du résidu présent dans l'image migrée, il est nécessaire de le convertir en mise à jour du modèle de vitesse, qui est effectuée via le calcul du gradient de la fonction coût par rapport à la vitesse du modèle. Il s'agit plus précisément de relier la perturbation de la fonction coût à celle des champs d'onde. Pour cela, les dérivées de Fréchet (ou matrice Jacobienne) des données par rapport aux paramètres du modèle pourraient être calculées. Le paramètre unique du modèle est ici la vitesse de propagation des ondes de compression. Pour des questions d'efficacité de calcul et de place mémoire, le calcul du gradient est effectué par la méthode de l'état adjoint (Fichtner et al., 2006; Plessix, 2006; Weibull and Arntsen, 2012). Dans le cas de la semblance différentielle orientée profondeur, l'obtention de la dérivée de la fonction coût par la méthode de l'état adjoint peut être trouvée à l'annexe A du **Chapitre 3**.

Des études récentes ont révélé la présence d'artefacts sur le gradient associé à la semblance différentielle (Vyas and Tang, 2010; Fei and Williamson, 2010). Ces artefacts ne sont pas dus à la formulation de la méthode de l'état adjoint, mais à la formulation de la semblance différentielle. En effet, le gradient obtenu avec la semblance différentielle par Vyas and Tang (2010) pour des vitesses trop faibles présente un changement de signe au niveau du réflecteur (Figure 2.6b).

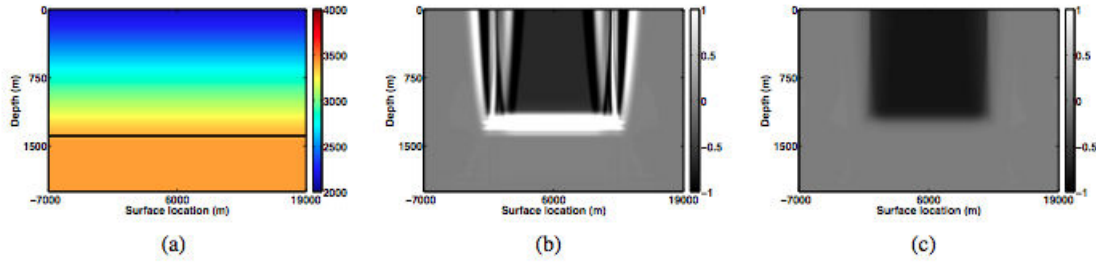


FIGURE 2.6 – a) Modèle de vitesse synthétique. Gradient obtenu à partir d'un modèle de vitesse 10% inférieur au modèle synthétique avec b) la semblance différentielle et c) la DRM. D'après Vyas and Tang (2010).

En utilisant une méthode qui n'est pas automatique (DRM (*Differential Residual Migration*, présentée précédemment, Sava and Biondi (2004)), ce gradient est libre de tout artefact au niveau du réflecteur (Figure 2.6c).

Plusieurs interprétations ont été faites afin d'expliquer ce phénomène. Vyas and Tang (2010), expliquent que l'opérateur de la DRM apporte une rotation de phase de  $90^\circ$  à l'image en fonction des différentes valeurs de rapport de vitesse pointées. Cette rotation de phase est en accord avec celle de l'opérateur tomographique de l'équation d'onde *one-way*, du champ perturbé par rapport au macromodèle. Fei and Williamson (2010) utilisent également cet argument associé à l'opérateur *one-way*. Cependant, les mêmes artefacts ont été observés plus tard avec des opérateurs *two-way*.

Shen and Symes (2015) expliquent de façon cinématique les artefacts relevés dans Fei and Williamson (2010). Dans la Table 2.1 adapté de cet article, deux méthodes de semblance différentielle orientée profondeur sont formulées, à savoir la formulation classique, (présentant des oscillations au niveau des discontinuités) et la contraction horizontale (permettant de les atténuer). D'après l'évolution du résidu de l'image, présenté à la dernière ligne de la Table 2.1, pour le temps  $t$  tendant vers l'infini,

- dans le cas classique (première colonne), la solution est focalisée en  $h = 0$ , mais aucune information sur l'énergie non focalisée en  $h = 0$  dans l'image initiale  $I_0$  n'est présente dans la solution.
- dans le cas de la contraction horizontale (dernière colonne), la solution est focalisée en  $h = 0$ , et toutes les informations sur l'image initiale  $I_0$  sont présentes.

La Figure 2.7(a) représente la direction de focalisation (en noir) quand on se rapproche du bon modèle de vitesse. Chaque point de la courbe est déplacé. Dans le cas de la contraction horizontale ( $h \rightarrow h + \Delta h$ ), l'énergie localisée autour de l'offset en profondeur nul n'est pas concernée par cette modification. La profondeur du réflecteur reste inchangée avec la contraction horizontale. Il s'agit d'un changement artificiel, mais permet de s'affranchir des artefacts sur le gradient. Il est important de noter que le gradient et la fonction coût associée ne sont alors pas compatibles.

Finalement, Symes (2015) explique ces artefacts non pas par un problème sur le gradient, mais à un problème dû au remplacement du pseudo-inverse  $F[m]^\dagger$  par la transposée  $F[m]^*$  dans la construction des CIGs. Si cela ne perturbe pas, en théorie, la recherche du minimum (Symes, 2008b), cela génère des artefacts au niveau des réflecteurs.  $F[m]$  n'est cependant inversible que

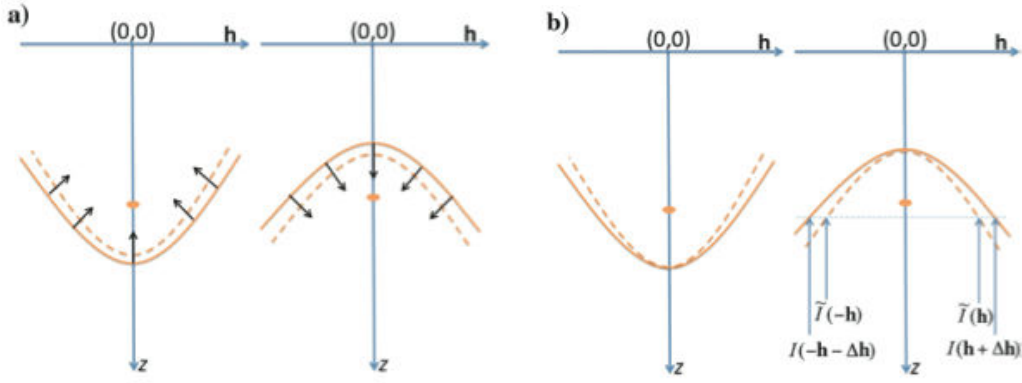


FIGURE 2.7 – Description de la déformation d'image (à gauche) et de son approximation par contraction horizontale (à droite). Les flèches noires représentent la direction de déformation et les points oranges la focalisation correspondante à un bon modèle de vitesse. D'après Shen and Symes (2015).

	SD classique	Contraction Hor.
Résidu de l'image	$h^2 I$	$- h \partial_h I$
Évolution de l'image	$-h^2 I$	$ h \partial_h I$
Solution	$I = e^{-h^2 t} I_0$	$I = I_0(e^t h)$

TABLE 2.1 – Différentes formulations de la semblance différentielle classique et selon la contraction horizontale. Adapté de Shen and Symes (2015).

dans certains cas. En général il est inversible uniquement approximativement (et a besoin de régularisation (Chauris et al., 2015)) et micro-localement (dans certaines régions de l'espace de phase du modèle). Des inverses basés sur des approximations de type *two-way* ont été établis par ten Kroode (2012) et Hou and Symes (2015). Cet aspect sera détaillé dans les perspectives (Chapitre 6).

Ainsi, un moyen économique et efficace d'atténuer les artefacts dans le gradient autour des réflecteurs est la prise en compte de la contraction horizontale sur l'image migrée. C'est ce que nous allons choisir dans cette étude.

### 2.3.2.5 Une inversion combinée

Si nous choisissons de considérer ici seulement l'analyse de vitesse par migration, nous pouvons cependant noter que certaines méthodes récemment introduites combinent l'analyse de vitesse et l'inversion des formes d'ondes, pour ensuite séparer les mises à jour correspondantes à chacune des méthodes. Ainsi, dans Biondi and Almomin (2013), où l'extension spatiale ( $\tau$ ) est introduite afin de pouvoir modéliser les ondes transmises (ondes plongeantes et réfractions) en ne dépendant plus de la validité de l'approximation de Born, l'inversion grande et courte longueur d'onde est simultanée, et la séparation des gradients associés à chaque composante est effectuée dans le domaine de Fourier.

Dans Zhang and Schuster (2013), une inversion des formes d'ondes dans le domaine image est présentée. Une fonction coût est définie dans ce domaine qui minimise la différence entre les

CIGs obtenus en migrant les données observées et calculées. Le gradient associé est alors une combinaison des deux gradients de l'inversion des formes d'ondes et de la semblance différentielle. En effet, dans le modèle physique, le gradient est similaire à celui de l'inversion des formes d'ondes, tandis que pour tout offset en profondeur non nul, le gradient est similaire à celui de l'analyse de vitesse par migration.

Dans le même esprit, [Fleury and Perrone \(2012\)](#) proposent une fonction coût dite *bi-objective* qui se compose alors de deux termes pondérés, l'un se référant à l'inversion des formes d'ondes, l'autre à l'analyse de vitesse par migration. Il s'agit de la même idée que [Symes and Carazzone \(1991\)](#), où la DSO était en premier lieu utilisée comme régularisation de l'inversion des formes d'ondes. Les deux termes n'ont cependant pas la même sensibilité en terme de linéarité et ils mettent à jour des longueurs d'onde totalement différentes. De plus, une interprétation sur les poids doit être faite.

Dans [Allemand and Lambaré \(2014\)](#), seule la fonction coût associée à l'analyse de vitesse par migration est considérée. Les mises à jour provenant de l'inversion des formes d'ondes sont utilisées comme guide, afin de stabiliser l'inversion, en particulier pour les longueurs d'onde moyennes. Chaque itération est contrainte par le résultat de l'inversion des formes d'ondes, ce qui permet de prendre plus facilement en compte les formes des structures géologiques et d'augmenter la résolution de la tomographie.

Ces récents développements sont appliqués sur des données synthétiques uniquement. Dans la prochaine partie, je résume différentes applications sur données réelles d'analyse de vitesse par migration basées sur la semblance différentielle et montre les difficultés associées.

## 2.4 Bilan

Malgré le caractère automatique de l'analyse de vitesse par migration basée sur la semblance différentielle, les applications sur données réelles sont assez rares. Aucune application sur données terrestres n'a été relevée dans la littérature, ce qui peut s'expliquer par la sensibilité de cette méthode vis-à-vis du bruit. Je présente plusieurs applications sur données réelles de l'analyse de vitesse par migration basée sur la semblance différentielle et j'en donne les principales caractéristiques quantitatives (Table 2.2) et qualitatives (Table 2.3). Les applications présentées ici sont 2-D ou 3-D de petite extension. La semblance différentielle est formulée dans le domaine migré et prend en compte uniquement les données réfléchies.

En analysant les deux tables, on se rend compte que chaque application a sa propre définition de fonction coût. Au cours des années, la semblance différentielle orientée profondeur a peu à peu remplacé celle orientée surface. Dans cette orientation, l'offset en profondeur est largement utilisé, et la fonction coût ne se résume pas à la seule pénalisation de l'énergie non focalisée. En effet, dans les applications sur données réelles, le bruit affecte particulièrement les CIGs et un terme de focalisation autour de l'offset en profondeur nul est régulièrement introduit.

Le pré-traitement apparaît comme primordial, en particulier afin d'éliminer les ondes multiples. Des filtres sont également largement utilisés dans le but d'atténuer le bruit sur les CIGs. Si la méthode de l'état adjoint est largement utilisée dans le calcul du gradient, le problème d'artefacts

sur le gradient créés par les discontinuités souterraines n'est jamais relaté et aucune prise en compte explicite n'est proposée. Le coût numérique est quelquefois explicitement mentionné, mais la présence de si peu d'applications 3-D parle d'elle-même.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai présenté plusieurs méthodes qui permettent d'obtenir le macromodèle de vitesse à partir des données réfléchies principalement. Je me suis concentré sur l'analyse de vitesse par migration, qui est l'extension de la tomographie basée sur les réflexions. Après migration, les données sont représentées à des positions en surface spécifiques, sous forme de CIGs. Une analyse locale automatique de l'erreur due à un modèle de vitesse incorrect peut être effectuée par Semblance Différentielle. L'orientation profondeur est utilisée dans cette étude, avec l'introduction de l'offset en profondeur, considéré horizontal. Le dernier point soulevé ici est la présence d'artefacts sur le gradient, en particulier des oscillations autour des réflecteurs et de toute discontinuité, qui sont atténués par l'introduction de la contraction horizontale.

Dans un premier temps, je réponds à la question suivante : comment atténuer les artefacts sur le gradient de la fonction coût formulée dans le domaine des données ? La migration itérative semble être une solution. Cependant, en raison de son coût, la migration quantitative est préférée. Dans le cadre de la théorie des rais je propose de nouveaux poids pour la migration dans le domaine étendu. Ainsi, en une seule itération, et combiné à la contraction horizontale sur le CIG, les artefacts sur le gradient sont atténués. Cet aspect est développé dans le **Chapitre 3**.

Dans un deuxième temps, j'étends l'analyse de vitesse par migration à d'autres données que celles réfléchies, les ondes transmises. L'analyse sur données synthétiques en configuration entre puits est présentée dans le **Chapitre 4**.



Auteurs	Semblance différentielle	Extension	Formulation de la fonction coût <sup>a</sup>	Calcul du Gradient
<b>Chauris and Noble (2001)</b>	Orientée surface	2-D	$  \partial I(x, h)/\partial h  ^2 /   I(x, h)  ^2$	Analytiquement par différences finies
<b>Mulder and ten Kroode (2002)</b>	Orientée surface	2-D	$  \partial I(x, h)/\partial h  ^2$ <sup>b</sup>	Etat adjoint (approximation au 1er ordre)
<b>Shen and Symes (2008)</b>	Comparaison en profondeur angle/ offset	2-D	$  hI(x, h)  ^2 - \alpha^2/2  I(x, 0)  ^2$	Etat adjoint ( <i>one-way</i> , <i>DSR Migration</i> )
<b>Fei et al. (2009)</b>	Orientée profondeur	3-D	$  hI(x, h)  ^2 - \alpha  I(x, 0)  ^2$	Etat adjoint ( <i>one-way</i> )
<b>Tang and Biondi (2011)</b>	Orientée profondeur	3-D	$  hI_t(x, h)  ^2 /   I_t(x, h)  ^2$ <sup>c</sup>	Etat adjoint ( <i>two-way</i> )
<b>Weibull et al. (2012a)</b> <b>Weibull et al. (2012b)</b>	Orientée profondeur	2-D	$\frac{1}{2}  h\partial I/\partial z  ^2 - \alpha/2  h\partial I(x, h=0)/\partial z  ^2$	Etat adjoint ( <i>two-way</i> )
<b>Mulder (2014)</b>	Orientée profondeur	2-D	$\frac{1}{2}\sum_{x,h} 1/(1+h/\alpha)^p  I(x, h) ^2$ , $p = 1/2$ ou $1$	Etat adjoint ( <i>two-way</i> )

TABLE 2.2 – Récapitulatif quantitatif des applications de l'analyse de vitesse par migration basée sur la semblance différentielle.

<sup>a</sup>. Dans les formules de fonction coût,  $x$  est le point image,  $h$  l'offset en profondeur,  $I$  est l'image migrée,  $\alpha$  est un scalaire positif

<sup>b</sup>. La formule initiale comporte des filtres appliqués

<sup>c</sup>.  $t$  signifie orienté objet (*target-oriented*).

Auteurs	Pré-processing	Comparaisons avec d'autres méthodes	Interprétation	Limitations
<a href="#">Chauris and Noble (2001)</a>	Atténuation des événements linéaires (bruit cohérent)	Avec une analyse de vitesse standard (NMO/DMO)	Meilleure continuité de blocks basculés	Coût numérique (notamment le gradient)
<a href="#">Mulder and ten Kroode (2002)</a>	Filtre incorporé dans la fonction de semblance différentielle	Avec une analyse NMO	Couche dure ( <i>hard layer</i> )	Coût numérique et processing important
<a href="#">Shen and Symes (2008)</a>	Processing classique	Avec la tomographie basées sur les réflexions	Imagerie d'une poche de gaz	Non précisé
<a href="#">Fei et al. (2009)</a>	Non précisé	Aucune	Méthode à azimuth commun	Non prise en compte de l'anisotropie
<a href="#">Tang and Biondi (2011)</a>	Transformation de la configuration d'acquisition (SDM) <sup>a</sup>	Aucune	Imagerie subsalt plus continue	Non précisé
<a href="#">Weibull et al. (2012a)</a> <a href="#">Weibull et al. (2012b)</a>	Filtrage des données 30 Hz max	Avec la tomographie des 1ères arrivées et données de log	Recherche de l'anisotropie	Coût élevé et artefacts demandant un lissage fort
<a href="#">Mulder (2014)</a>	Processing classique	Avec des mesures de puits	Plafond océanique assez dur	Energie rémanente des multiples

TABLE 2.3 – Récapitulatif qualitatif des applications de l'analyse de vitesse par migration basée sur la semblance différentielle.

<sup>a</sup>. *Seismic Data Mapping*



# Chapitre 3

## Migration quantitative

### Sommaire

3.1	Résumé . . . . .	56
3.2	Article – Migration quantitative . . . . .	57
3.3	Abstract . . . . .	57
3.4	Introduction . . . . .	58
3.5	Migration Velocity Analysis . . . . .	59
3.5.1	Principe . . . . .	59
3.5.2	Migration in the extended domain . . . . .	60
3.5.3	Gradient of the objective function . . . . .	64
3.5.4	Apodization . . . . .	65
3.6	Quantitative Migration . . . . .	66
3.6.1	Weighted migration . . . . .	66
3.6.2	Modified gradient . . . . .	68
3.7	Application to a multi-layer model . . . . .	70
3.7.1	Limiting oscillations around the reflector in the gradient calculation . . . . .	70
3.7.2	Numerical example . . . . .	71
3.7.3	Discussion . . . . .	73
3.8	Conclusion . . . . .	73
3.9	Acknowledgements . . . . .	75
3.10	Appendix A : Calculation of the gradient of the objective function . . . . .	75
3.11	Appendix B : Hessian in quantitative migration . . . . .	76
3.12	Compléments de l'article . . . . .	79
3.12.1	Migrations quantitative et itérative . . . . .	79
3.12.2	Implémentation de l'inversion . . . . .	88
3.12.3	Résultats d'inversion . . . . .	93
3.13	Conclusion du chapitre . . . . .	101

### 3.1 Résumé

La première partie de ce chapitre expose la théorie de l'analyse de vitesse par migration considérée ici, basée sur l'optimisation par semblance différentielle. Deux formulations de la semblance différentielle sont alors présentées : la première considère l'introduction d'un offset en surface et consiste à analyser localement la cohérence des images migrées en fonction de l'offset. La deuxième formulation, moins sensible aux artefacts, considère l'introduction d'un paramètre indépendant de l'acquisition, l'offset en profondeur, considéré horizontal. C'est cette dernière formulation qui est utilisée ici. Une première application basée sur un modèle homogène contenant une interface est réalisée. Les CIGs obtenus par une migration classique sont perturbés par des artefacts de migration de type sourires, quelque soit la vitesse considérée. La fonction coût normalisée est affectée par ces artefacts, et présente des oscillations. Elle atteint son minimum pour une vitesse différente de la vitesse correcte. Les artefacts de migration sont liés à la limitation spatiale de toute acquisition sismique et surtout à l'illumination non homogène du milieu. Des apodisations peuvent être appliquées, afin d'atténuer les artefacts en proche surface, mais peuvent potentiellement atténuer du signal utile. De plus, ils ne compensent pas l'illumination non homogène. En introduisant un terme de pondération dans la fonction coût formulée dans le domaine des données, suivant la philosophie de [Jin et al. \(1992\)](#) ou [Lambaré et al. \(1992\)](#), il est possible de trouver une formulation de ce terme qui rend le Hessien (dérivée seconde de la fonction par rapport à la réflectivité) proche d'une fonction dirac. Ce terme prend en compte le « déterminant de Beylkin », la divergence géométrique, ainsi que la déconvolution par la source. La migration est alors formulée en fonction de cette pondération et est introduite sous le nom de migration quantitative dans le domaine étendu. En construisant les CIGs par migration quantitative, les artefacts sont largement atténués, et la fonction coût pénalisant l'énergie défocalisée devient convexe et atteint bien son minimum pour la vitesse correcte. Les gradients de la fonction coût définie dans le domaine image sont calculés à l'aide de la méthode de l'état adjoint. D'après la théorie, dans un cas homogène contenant un réflecteur, les gradients doivent être homogènes entre la surface et le réflecteur, et du signe qui permet de remettre à jour le modèle de vitesse dans la bonne direction, à savoir, si la vitesse de migration est inférieure (respectivement supérieure) à celle de modélisation, alors le gradient sera négatif (respectivement positif). Les gradients, qui présentent des oscillations et des changements de signe dans le cas de la migration classique, sont homogènes et présentent le signe correct dans le cas de la migration quantitative. La présence d'oscillations supplémentaires au niveau des réflecteurs est également détectée dans ce cas très simple, ainsi que dans un milieu hétérogène. L'application de la contraction horizontale permet de rendre le gradient plus homogène, et ainsi de réduire l'empreinte des réflecteurs sur le gradient. Dans l'article présenté ici, seul le gradient de la fonction coût dans le domaine migré est calculé. Les modèles sont de taille réduite et les réflecteurs très peu profonds. Les artefacts de migration affectent alors très largement les CIGs.

Dans la partie **Compléments à l'article**, une analyse de résolution est présentée, ainsi que la contribution des différentes composantes de la pondération. Des résultats complets d'inversion sur un modèle hétérogène sont également présentés en considérant différentes migrations et pondérations.

### 3.2 Article – Migration quantitative

**Improving the gradient of the image-domain objective  
function using quantitative migration for a  
more robust Migration Velocity Analysis**

Charles-Antoine Lameloise, Hervé Chauris and Mark Noble

MINES Paristech, PSL – Research University,  
Centre de Géosciences, 35 rue St Honoré 77300 Fontainebleau, France.

*Published in Geophysical Prospecting, 2015, 63(2), 391–404*

### 3.3 Abstract

Migration Velocity Analysis aims at determining the background velocity model. Classical artifacts, such as migration smiles, are observed on subsurface offset Common Image Gathers, due to the spatial and frequency data limitations. We analyze their impact on the Differential Semblance functional and on its gradient with respect to the model. In particular, the Differential Semblance functional is not necessarily minimum at the expected value. Tapers are classically applied on Common Image Gathers to partly reduce these artifacts. Here, we first observe that the migrated image can be defined as the first gradient of an objective function formulated in the data-domain. For an automatic and more robust formulation, we introduce a weight in the original data-domain objective function. The weight is determined such that the Hessian resembles a Dirac function. In that way, we extend quantitative migration to the subsurface offset domain. This is an automatic way to compensate for illumination. We analyze the modified scheme on a very simple 2-D case and on a more complex velocity model to show how Migration Velocity Analysis becomes more robust.

### Key words

Imaging, Seismics, Velocity analysis

### 3.4 Introduction

Migration Velocity Analysis (MVA) is a family of methods developed in the image-domain to estimate the background velocity model. By background or macro-model, we mean a model containing the long wave length structures. After migration of the seismic data, different depth images at fixed surface locations can be sorted function of an extension parameter (e.g. surface offset, subsurface offset, incidence angle) and are called Common Image Gathers (CIGs). They are first computed in an initial velocity model. The quality of the tested velocity model is analyzed through an objective function defined in the image-domain. The gradient of the functional is then iteratively used to derive a final model. Among several possibilities, the semblance approach aims at maximizing the stacking power (Plessix et al. (2000b) ; Mulder (2014)). The objective function, however, contains local maxima (Chauris and Noble, 2001). The Differential Semblance Optimization (DSO) is known to have a larger basin of attraction and to have a more convex shape, at least on simple models (Symes, 2008b). Two formulations of DSO have been proposed : surface-oriented and depth-oriented approaches. The latter is a preferable choice, especially in complex media (Stolk and de Hoop, 2005). Despite an attractive formulation, very few applications on real data sets have been published, among others Chauris and Noble (2001) Mulder and ten Kroode (2002). Migration artifacts can indeed be a limitation intrinsically related to the spatial and frequency limitations of any seismic survey (Mulder, 2014) : these artifacts introduce biases in the objective function and in its gradient. Strategies like migration/demigration procedure (Shen et al., 2011) have been proposed to compensate for illumination in the CIGs. An illumination-based penalty operator has recently been introduced by Yang et al. (2013) in the case of uneven illumination or complex geology. This factor needs to be recomputed at each iteration during the optimization process. In practice, tapers are commonly applied on CIGs to partly remove migration artifacts due to acquisition limitation. We develop a more robust method based on an automatic illumination compensation to reduce these artifacts. In the framework of high frequency approximation, we derive an explicit weight inside the migration kernel. It depends on the parameters of the acquisition, the image point and the current velocity model. Instead of explicitey defining CIGs, we first propose to start from the definition of the modelling operator : in an extended model function of spatial coordinates and subsurface offset (Symes, 2008b), we indicate how to compute synthetic data. A natural objective function is thus the least-squares misfit between modelled data and observed data. The extended migrated section can be obtained as the gradient of this functional as for classical migration (Lailly, 1983; Tarantola, 1984). Images are said extended, because of the dependence on the subsurface offset. Thanks to the formulation through an inverse problem, it is possible to derive "quantitative CIGs", similar to quantitative migration. Initially developed to quantitatively recover the model perturbations, quantitative migration, proposed by Jin et al. (1992) and Lambaré et al. (1992), has then been extended to numerous cases (i.e. visco-acoustics, visco-elastic) (Ribodetti et al., 1995; Ribodetti and Virieux, 1998). Here, we extend quantitative migration to the case of CIGs function of subsurface offset. The objective is to make the Hessian (second derivative of the objective function) close to a Dirac function for a better conditioned problem. We illustrate the effect of the weight introduced in the quantitative migration on simple models. The gradient of the objective function is then derived

with the adjoint-state method (Chavent, 1974; Plessix, 2006). We see how the introduction of the weight in the objective function affects CIGs and the gradient for different velocity models using the Differential Semblance functional. This approach is compared to the more traditional strategy where tapers are introduced to limit migration artifacts. We first review MVA principle, in particular its formulation in the extended subsurface offset domain. We then detail the modelling part. This is an important aspect for subsequent quantitative migration. We propose to introduce an explicit weight in the CIG derivation and show how DSO approach becomes more robust.

## 3.5 Migration Velocity Analysis

### 3.5.1 Principle

Migration Velocity Analysis (MVA) indirectly measures errors in the background velocity model using the residual moveout between migrated images. A widely used automatic and iterative method to update a velocity model using the residual moveout is the DSO (Differential Semblance Optimization) approach. This concept, proposed Symes and Carazzone (1991), relays on the consistency between successive migrated images obtained after migrating subsets of the total data set (generally common offset sections). Semblance principle maximizes the stack, whereas Differential Semblance minimizes the differences between two successive migrated subsets. If images are consistent, the model is said to be correct, otherwise it has to be updated. In the original method, defined as binning-based (or surface-oriented) approach, the image volume is obtained by migrating input traces with the same surface offset  $\tilde{h}$  only. DSO measures then the consistency of seismic events in the image-domain through the application of the derivative with respect to the offset dimension (Symes, 2008b) :

$$J = \frac{1}{2} \left\| \frac{\partial I}{\partial \tilde{h}}(\mathbf{x}, \tilde{h}) \right\|^2, \quad (3.1)$$

where  $J$  represents the value of the objective function,  $I$  the migrated image at the position  $\mathbf{x}$  for a surface offset  $\tilde{h}$ . For a correct model,  $I$  becomes independent of  $\tilde{h}$  and  $J$  is expected to be minimum.

This approach being sensitive to noise (Chauris and Noble, 2001), a survey-sinking (or depth-oriented) method has then been defined (Symes, 2008b). The total data set is migrated and redundant parameters, which are independent of the acquisition characteristics, are introduced. These parameters are typically spatial or temporal delays (Rickett and Sava, 2002; Sava and Vasconcelos, 2011). Here we restrict the analysis to the spatial shift, called subsurface offset, noted  $\mathbf{h}$ . Instead of the flatness of the seismic events, the criterion here is the focusing of the energy at  $|\mathbf{h}| = 0$ . The objective function takes the form

$$J = \frac{1}{2} \|a(\mathbf{h})I(\mathbf{x}, \mathbf{h})\|^2, \quad (3.2)$$

where  $I$  is the migrated image,  $\mathbf{h}$  the subsurface offset and  $a(\mathbf{h})$  is an annihilator, which penalizes the defocused energy.  $I$  is obtained by cross-correlating the forward source field with the backward



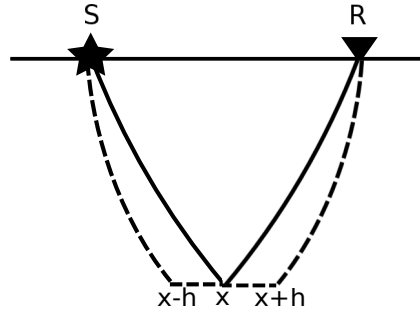


FIGURE 3.1 – Definition of the horizontal subsurface offset  $\mathbf{h} = (h, 0)$  at the image point  $\mathbf{x}$ .

residual field. At the image point, the spatial shift  $\mathbf{h}$  is introduced. In practice,  $\mathbf{h}$  can be considered as purely horizontal ( $\mathbf{h} = (h, 0)$ ) or along the dip. For the applications, we consider  $\mathbf{h}$  horizontal (Figure 3.1).

If a correct model is used for the migration, the energy focuses at  $\mathbf{h} = 0$ , defining the conventional DSO operator  $a(\mathbf{h}) = |\mathbf{h}|$ . For an incorrect velocity model, the cross-correlation has significant values for  $\mathbf{h} \neq 0$ . This penalizing operator, numerically robust, is equivalent to the measure of the flatness of the image in the angle-domain (Shen and Symes, 2008) :

$$J = \frac{1}{2} \left\| \frac{\partial}{\partial \theta} \mathcal{R}I(\mathbf{x}, \mathbf{h}) \right\|^2, \quad (3.3)$$

where  $\mathcal{R}$  is the Radon transform from offset to angle  $\theta$  (Sava and Fomel, 2003). One could recognize that a multiplication by  $\mathbf{h}$  is equivalent to a derivative in the dual domain. The migrated image  $I$  depends on the full input data set. Stolk and de Hoop (2005) show that, under the assumptions of  $\mathbf{h}$  horizontal, no turning rays and a good enough coverage to determine all slowness components, this method is free of kinematic artifacts, in contrast to the surface-oriented DSO. Therefore defocusing in the image is assumed to be only due to velocity errors for a perfect illumination and an infinite data bandwidth. This is in practice never the case, leading to artifacts, as explained in the next section.

In the approach proposed to reduce these artifacts, we first need to analyze more precisely how to model the data from a given extended reflectivity section. That will offer the possibility to derive a weighted migration scheme.

### 3.5.2 Migration in the extended domain

Reflectivity is usually estimated from the data. Here, we first define the data as a function of the extended reflectivity (Symes, 2008b; Chauris et al., 2013). The extended model allows preserving the same dimensions in the data space and in the model space. In 2-D, data are parametrized by three variables (source position, receiver position and time), whereas the model has only two parameters, namely the horizontal and the vertical extension. In the extended model, an additional parameter is introduced to keep the injectivity of the transform. We consider the subsurface offset as defined in equation (3.2) (Figure 3.1). With this extra parameter, we can estimate the quality of the velocity model used in the migration.

We model the data in the extended domain under the Born approximation. This linear relation between the velocity and the data perturbations is valid if the velocity perturbation ( $\delta c$ ) is much lower compared to the background velocity field (or reference velocity, noted  $c_0$ ). By setting the reflectivity  $\xi = -2\delta c/c_0^3$ , the synthetic data set is obtained according to :

$$P[\xi](\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) = -\omega^2 \Omega(\omega) \iint d\mathbf{x} d\mathbf{h} G_0(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) \xi(\mathbf{x}, \mathbf{h}) G_0(\mathbf{r}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega), \quad (3.4)$$

where  $G_0$  is the Green's function computed in the model  $c_0(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{s}$  and  $\mathbf{r}$  are the source and receiver coordinates,  $\Omega$  represents the source term and  $\omega$  the angular frequency.  $\mathbf{h}$  is the subsurface offset and  $\mathbf{x}$  represents the space coordinates ( $x, z$  in 2-D).

The minimization of an objective function, defined in the data-domain, allows one to define the optimum reflectivity. This function reads :

$$J_0[\xi] = \frac{1}{2} \iint d\mathbf{s} d\mathbf{r} \int d\omega |P[\xi] - P_{obs}|^2, \quad (3.5)$$

where  $P_{obs}$  represents the observed data.

Following [Lailly \(1983\)](#) and [Tarantola \(1984\)](#), migration is considered as the gradient of the full waveform inversion objective function expressed in equation (3.22). By taking the gradient with respect to the reflectivity  $\xi$  for  $\xi = 0$ , we obtain the migrated image :

$$I(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = -\frac{\partial J_0}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = - \int d\omega \omega^2 \Omega^*(\omega) \iint d\mathbf{s} d\mathbf{r} G_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) P_{obs}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) G_0^*(\mathbf{r}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega). \quad (3.6)$$

$I$  is the migrated section, depending on  $\mathbf{x}$  and on the subsurface offset  $\mathbf{h}$ ; \* represents the complex conjugate.

For reflected data and smooth models, this expression is the same as the extended cross-correlation imaging condition as defined by [Rickett and Sava \(2002\)](#) :

$$\tilde{I}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = \iint d\mathbf{s} d\omega (-\omega^2) S^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) R(\mathbf{s}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega), \quad (3.7)$$

where  $\tilde{I}$  is the obtained migrated image,  $S$  and  $R$  are the simulated wavefields in the extended domain. The analogy between equations (3.6) et (3.7) is given by :

$$\begin{cases} S(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \Omega(\omega) G_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega), \\ R(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \int d\mathbf{r} P_{obs}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) G_0^*(\mathbf{r}, \mathbf{x}, \omega). \end{cases} \quad (3.8)$$

The conventional cross-correlation imaging condition corresponds to the case where  $\mathbf{h} = 0$ . Non-focused energy at  $\mathbf{h} = 0$  is in principle due to kinematic errors related to an incorrect velocity model used for migration.

As an illustration, we model synthetic data using a constant background velocity of 2000 m/s. The reflector is at a depth of 290 m, the lateral model extension is 1850 m and the maximum surface offset is 600 m. Sources and receivers are distributed along the whole model, with a spacing of 10 m. 2-D Green's functions are computed by ray theory. Figure 3.2 shows CIGs obtained

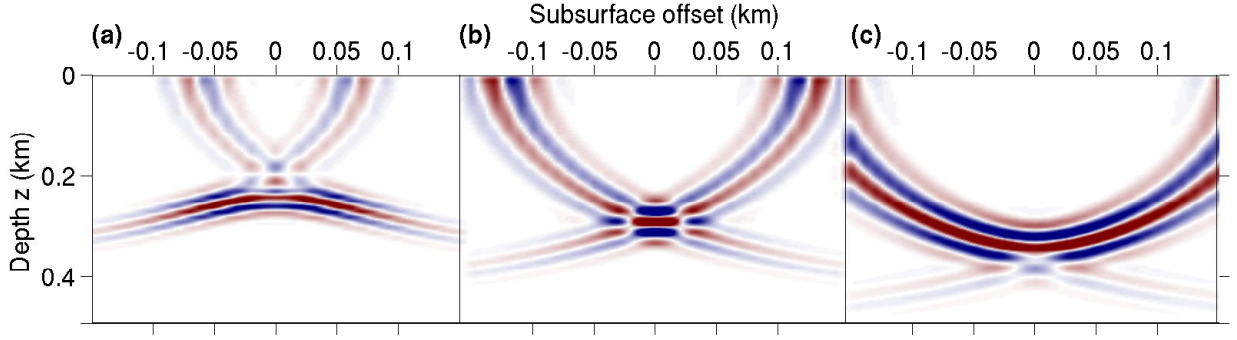


FIGURE 3.2 – CIGs obtained by classical migration for three homogeneous velocity models. Migration velocities are (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s and (c) 2300 m/s.

with different migration velocities (1700, 2000 and 2300 m/s). At  $x = 925$  m, a 2-D image is created as a function of depth  $z$  (vertical axis) and subsurface offset  $|\mathbf{h}|$  (horizontal axis). The energy focuses at  $|\mathbf{h}| = 0$  for the correct velocity (Figure 3.2b). For an incorrect velocity model, the energy is not focused. The shapes of events in CIGs for an incorrect velocity can be predicted by ray theory (Mulder, 2014; Chauris et al., 2013). By setting  $\gamma$  as the ratio between migration velocity and modelling velocity and  $z_0$  as the true reflector depth, the shapes associated with reflected waves for incorrect migration velocities are given by :

$$z = \gamma \sqrt{z_0^2 + \frac{|\mathbf{h}|^2}{1 - \gamma^2}}. \quad (3.9)$$

Whatever the migration velocity is, artifacts (migration smiles) are visible in CIGs (Figure 3.2). They are curved upwards. In simple models, their shapes and amplitudes can be predicted by ray theory (Mulder, 2014).

The analysis of these CIGs consists of calculating the value of the objective function in image-domain using the DSO operator expressed in equation (3.2). By analogy to the surface-oriented DSO, the objective function expressed in equation (3.1) is normalized to be less sensitive to amplitudes (Chauris and Noble, 2001) :

$$J = \frac{1}{2} \frac{||a(\mathbf{h})I(\mathbf{x}, \mathbf{h})||^2}{||I(\mathbf{x}, \mathbf{h})||^2}, \quad (3.10)$$

where  $I$  is the migrated image and  $a(\mathbf{h})$  the annihilator. We consider here  $a(\mathbf{h}) = |\mathbf{h}|$  and we display this objective function in Figure 3.3 as a quantitative measurement of errors associated to an incorrect velocity and possibly to artifacts.

In theory, the normalized objective function should be minimal for the true velocity (i.e. 2000 m/s). Because of artifacts due to limited aperture, the minimum of this function is shifted towards a lower velocity (around 1900 m/s, Figure 3.3). CIG associated to this migration velocity is represented in Figure 3.4a. In comparison to the one obtained with the true velocity (Figure 3.2b), the main energy is less focused around the zero subsurface offset. However, the artifacts are closer to short subsurface offsets. The associated objective function is affected by these artifacts, which explains the shift in the minimum of the objective function towards lower velocities.

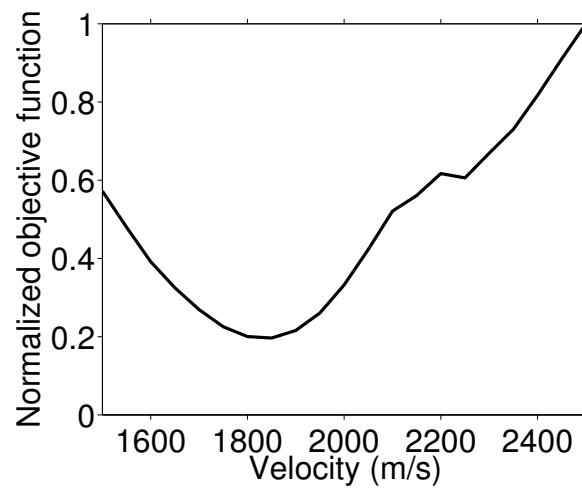


FIGURE 3.3 – Normalized objective function associated with classical migration obtained from original CIGs. The velocities vary from 1500 m/s to 2500 m/s.

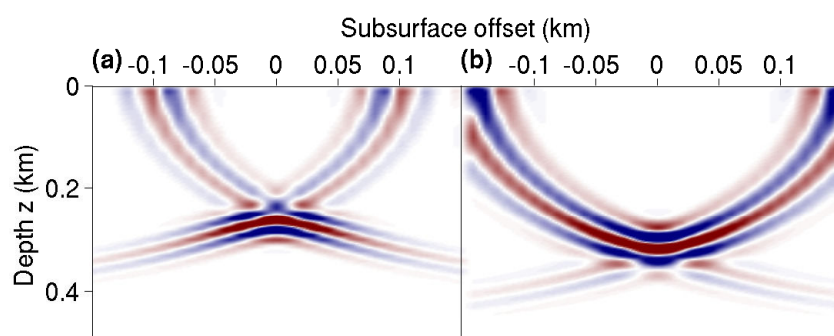


FIGURE 3.4 – CIGs obtained by classical migration for two homogeneous velocity models of (a) 1850 m/s and (b) 2150 m/s.

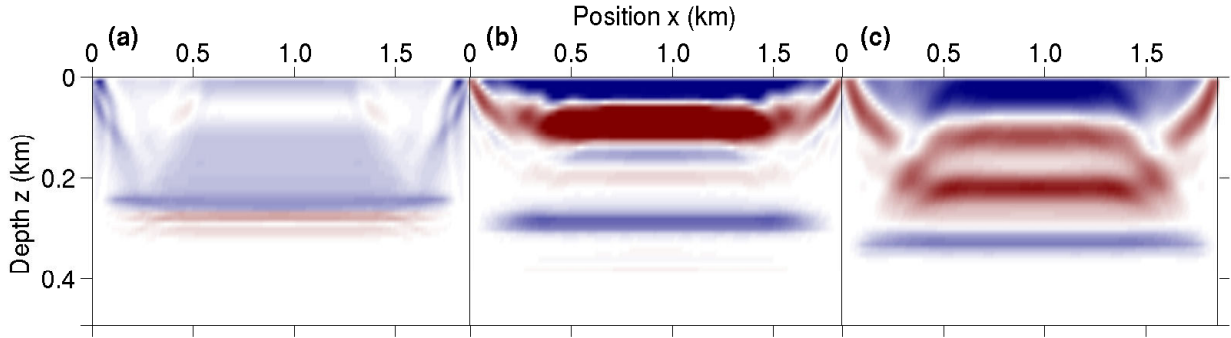


FIGURE 3.5 – Gradients associated with classical migration for three homogeneous velocity models, (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s and (c) 2300 m/s. Blue, white and red colours respectively mean negative, zero and positive values.

Moreover, the normalized objective function presents oscillations between 2100 m/s and 2200 m/s (Figure 3.3). Migration smiles precisely reach the top edges in CIGs (maximum subsurface offset and shallow depths). The CIG obtained with a migration velocity of 2150 m/s is displayed in Figure 3.4b.

The objective function is then used to update the velocity model. An incorrect gradient is a consequence of the presence of these artifacts.

### 3.5.3 Gradient of the objective function

The velocity model is updated via a local optimization method (Gauthier et al., 1986). The gradient of the objective function can be obtained using the Fréchet derivatives with respect to the medium velocity. Because of their computational cost, we rather use the adjoint-state method. The derivation of the gradient can be found in Appendix A.

From a practical point of view, the steps to compute the gradient of the objective function are :

- the derivative of the objective function with respect to the migrated image (equation A3.7) ;
- the computation of extended sources, similar to the exploding reflector technique (equations A3.5 and A3.6) ;
- the solution of the wave-equation with extended sources ;
- finally, the cross-correlation of the obtained adjoint state variables with the source and receiver wave fields (equation A3.4).

Gradients are computed for three velocity values (1700, 2000 and 2300 m/s, Figure 3.5). We expect a homogeneous velocity update between the reflector and the surface. This is not the case, whatever the velocity. For the correct model, the norm of the gradient is not minimal (Figure 3.5b). Artificial energy coming from the artifacts effectively leads to incorrect velocity updates. If the starting velocity is incorrect (Figures 3.5a and 3.5c), the gradient keeps roughly the expected sign (negative sign if the velocity is lower, positive sign otherwise) : the velocity update goes in the right direction. But oscillations are created, especially close to the surface.

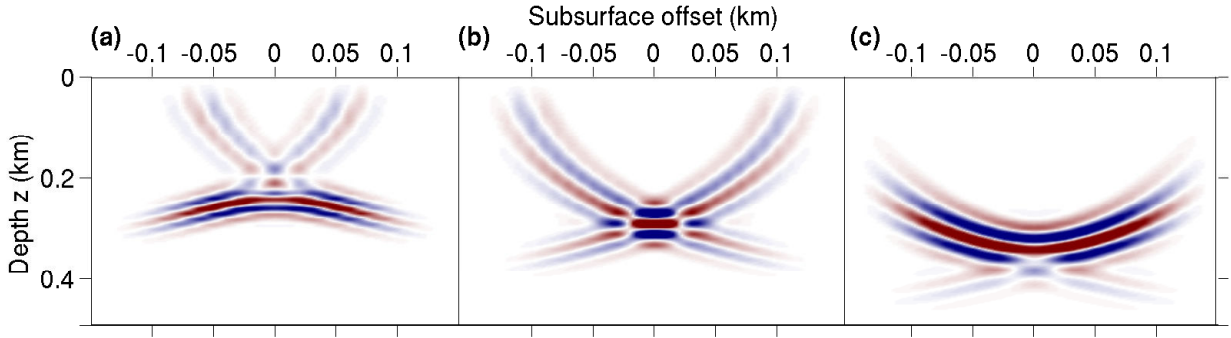


FIGURE 3.6 – Tapered CIGs obtained by classical migration for velocities of (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s and (c) 2300 m/s. To compare with Figure 3.2.

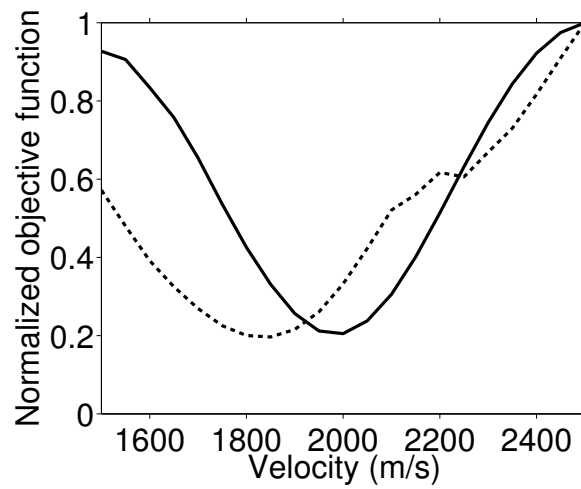


FIGURE 3.7 – Normalized objective function obtained with classical migration from original CIGs (dashed line) and tapered CIGs (solid line). The velocities vary from 1500 m/s to 2500 m/s.

### 3.5.4 Apodization

As demonstrated above, the presence of artifacts in CIGs perturbs the objective function and its gradient. In practice, tapers are applied to limit these artifacts. To show their effects on CIGs and on gradients, we introduce a taper on CIGs to remove energy at large subsurface offsets and in the shallow part (Figure 3.6).

The effect of the tapers modifies the shape of the normalized objective function (Figure 3.7). The objective function is now smoother, with a minimum close to the expected value; oscillations for higher velocities are removed.

CIGs after apodization are then used to compute the modified gradient (Figure 3.8). Thanks to the tapers applied on CIGs, the gradient is not perturbed by energy coming from the artifacts in the shallow part of the model for incorrect migration velocities (Figures 3.8a and 3.8c). For a correct migration velocity (Figure 3.8b), the mean gradient is minimal, but oscillations are observed close to the surface. Tapers are applicable on simple velocity models, for which the shape of artifacts can be predicted (Mulder, 2014). However, their introduction is less obvious in more complex velocity models. Moreover, the objective function is not convex (change of curvature

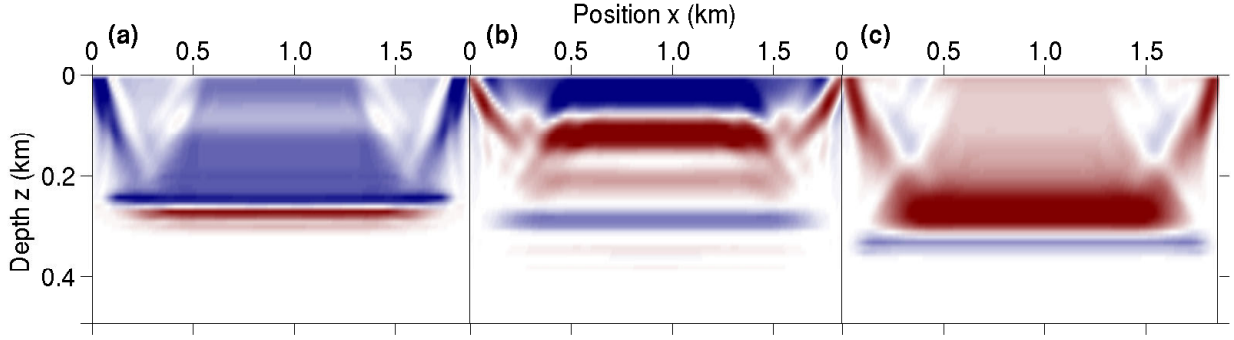


FIGURE 3.8 – Gradients associated with classical migration using tapered CIGs with a velocity of (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s and (c) 2300 m/s. Blue, white and red colours respectively mean negative, zero and positive values. To compare with Figure 3.5.

around  $v=1700$  and  $2300$  m/s). We propose to derive a quantitative migration scheme as an alternative to limit the artifacts.

## 3.6 Quantitative Migration

### 3.6.1 Weighted migration

In the context of extended model, we reformulate the ray+Born migration/inversion theory, known as quantitative migration. We extend the formalism developed by [Lambaré et al. \(1992\)](#), valid for a single parameter acoustic medium. This method relies on the introduction of a weight in the objective function such that the Hessian (second derivative of the function) is approximately diagonalized ([Jin et al., 1992](#); [Thierry et al., 1999](#)), based on the high-frequency inversion method as developed by [Beylkin \(1985\)](#). In the classical developments, the micro-local analysis is performed around  $\mathbf{x}_0 = (x_0, z_0)$  in 2-D. In this section, we extend this method around  $\mathbf{y}_0 = (\mathbf{x}_0, \mathbf{h}_0)$  (Figure 3.9).

Data modelling from the reflectivity allows us to define a misfit function, similar to the one used in the conventional migration (equation 3.22), with the weight introduced :

$$J_0[\xi] = \frac{1}{2} \iint ds d\mathbf{r} \int d\omega Q |P[\xi] - P_{obs}|^2, \quad (3.11)$$

where  $Q$  is the weight, the other parameters being the same as in equation (3.22). As in [Jin et al. \(1992\)](#),  $Q$  can be seen as a change of metrics between subsurface coordinates and surface ones  $(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega)$ .

As  $P$  linearly depends on the reflectivity, the optimal perturbation of the reflectivity, obtained by the minimization of the weighted objective function is finally given by the well-known expression :

$$\xi = -H^{-1}\Phi, \quad (3.12)$$

where  $H$  is the Hessian and  $\Phi$  the gradient of the objective function.

To derive the Hessian  $H$ , the wavenumber vector  $\mathbf{k}$  is introduced. In 2-D, data are parametrized

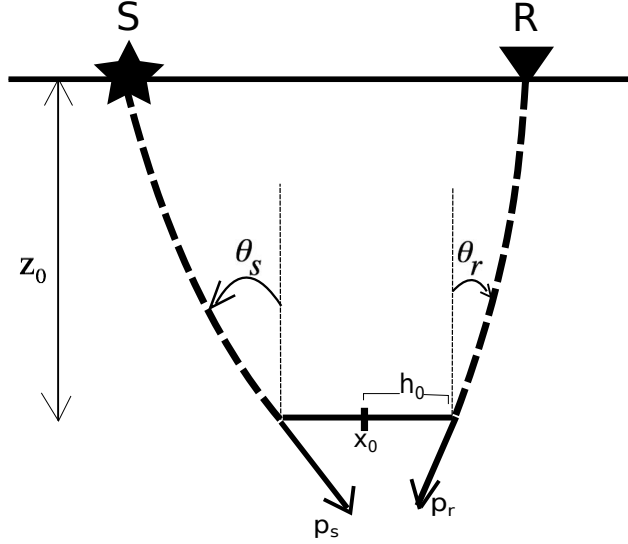


FIGURE 3.9 – Parameters involved in quantitative migration.  $\mathbf{p}_s$  and  $\mathbf{p}_r$  are the slowness vectors.  $\theta_s$  and  $\theta_r$  are oriented angles. We define the diffraction angle  $\theta = \theta_s - \theta_r$  and the dip angle  $\psi = \frac{\theta_s + \theta_r}{2}$ .

by three parameters  $(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)$ . In the classical developments, the wavenumber has two components, along the horizontal axis (noted  $k_x$ ) and along the vertical axis (noted  $k_z$ ). In order to keep the injectivity of the transform, an additional parameter is introduced in the medium space. The diffraction angle  $\theta$  is usually chosen (Jin et al., 1992; Forgues, 1996). The norm of the slowness vector  $\mathbf{q}$  can also be an alternative ( $\mathbf{q} = \mathbf{p}_s + \mathbf{p}_r$ , Figure 3.9), this choice being driven by the acquisition geometry (Lambaré et al., 2003). In our extension, the subsurface offset plays this role and no additional parameter is necessary. The extended wavenumber  $\mathbf{k}$  is indeed expressed by  $k_x$ ,  $k_z$  and  $k_h$  following

$$\begin{cases} k_x = \omega(p_{s_x} + p_{r_x}), \\ k_z = \omega(p_{s_z} + p_{r_z}), \\ k_h = k_{h_x} \text{ or along the dip (see below),} \end{cases} \quad (3.13)$$

where  $\omega$  is the angular frequency,  $\mathbf{p}_s$  and  $\mathbf{p}_r$  are the slowness vectors (Figure 3.9). The sub-indexes  $x$  and  $z$  respectively represent the horizontal and the vertical components of the slowness vectors.

The derivation of the Hessian can be found in Appendix B. Under micro-local analysis, the Hessian is simplified to a multiplication of two filters (equation A4.6). The modified gradient reads :

$$\phi(\mathbf{y}_0) = - \int d\omega \omega^2 \Omega^*(\omega) \iint ds dr W G_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) P_{obs}(\mathbf{r}, \omega, \mathbf{s}) G_0^*(\mathbf{r}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega), \quad (3.14)$$

where

$$W = \frac{\left| \frac{\partial(\mathbf{k})}{\partial(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)} \right|}{(2\pi)^3 |\kappa(\omega)|^2 |\Omega(\omega)|^2 A^2(\mathbf{s}, \mathbf{x}_0 - \mathbf{h}_0) A^2(\mathbf{r}, \mathbf{x}_0 + \mathbf{h}_0)} \quad (3.15)$$

The three important terms in equation (3.15) are :

—  $\frac{1}{|\kappa(\omega)|^2 |\Omega(\omega)|^2}$  to correct for the Born signature;  $\kappa$  is the ray+Born signature ( $-i\omega$  in 2-D).



- $\frac{1}{A^2(\mathbf{s}, \mathbf{x}_0 - \mathbf{h}_0)A^2(\mathbf{r}, \mathbf{x}_0 + \mathbf{h}_0)}$  to correct for the amplitudes;  $A$  is the smooth amplitude term (obtained with the transport equation);
- $\left| \frac{\partial(\mathbf{k})}{\partial(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)} \right|$ , the determinant of the Jacobian representing the change of variables from the data space to the image-domain.

The wavenumber  $k_h$  can be considered purely horizontal or along the dip ( $\psi$ ), characterized by  $(\mathbf{p}_r - \mathbf{p}_s)$ . We first consider  $k_h$  along the horizontal direction only. The determinant reads :

$$\left| \frac{\partial(\mathbf{k})}{\partial(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)} \right| = \frac{-4\omega^2}{c_0^3} \cos(\theta) \cos(\psi) \left| \frac{\partial\theta_s}{\partial\mathbf{s}} \right| \left| \frac{\partial\theta_r}{\partial\mathbf{r}} \right|, \quad (3.16)$$

where  $\theta$  and  $\psi$  are respectively the diffraction angle and the dip, obtained as combinations of  $\theta_s$  and  $\theta_r$  (Figure 3.9). If we now consider  $k_h$  parallel to  $(\mathbf{p}_r - \mathbf{p}_s)$ , the determinant reads :

$$\left| \frac{\partial(\mathbf{k})}{\partial(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)} \right| = \frac{-4\omega^2}{c_0^3} \cos(\theta) \left| \frac{\partial\theta_s}{\partial\mathbf{s}} \right| \left| \frac{\partial\theta_r}{\partial\mathbf{r}} \right|. \quad (3.17)$$

It appears that the dip  $\psi$  is not explicitly present anymore in equation (3.17). For the determinant evaluation, the paraxial quantities  $\left| \frac{\partial\theta_s}{\partial\mathbf{s}} \right|$  and  $\left| \frac{\partial\theta_r}{\partial\mathbf{r}} \right|$  can be computed with ray tracing (Farra and Madariaga, 1987; Farra, 1990) or directly using DSR (Double Square-Root) formulations (Alkhalifah, 2013). In the case of a homogeneous medium, they can be expressed using basic geometrical rules. As before, we display CIGs, objective functions and related gradients (Figures 3.10–3.12). In the three cases (lower velocity, Figure 3.10a, correct velocity, Figure 3.10b and high velocity, Figure 3.10c), artifacts in the CIGs are considerably reduced. Quantitative migration scales down the effect of the far offsets, which perturb the CIGs in classical migration and correct for uneven illumination.

We also compare the shape of the objective function (equation 3.10) for the three cases : original CIGs, tapered CIGs and CIGs obtained by quantitative migration (Figure 3.11). The objective function with the quantitative migration approach has its minimum at the expected velocity and oscillations for higher velocities are removed without the need of extra tapers. The behaviour of the function shows the robustness of this method in comparison to the two others. It also exhibits a convex shape, important for a quasi-Newton minimization scheme.

In the weighted version, using ray theory in this very simple synthetic example, velocity analysis is less biased by kinematic artifacts. This weight has to be taken into account in the derivation of the gradient of the objective function.

### 3.6.2 Modified gradient

As in the previous section, we compute the gradient using the adjoint-state method. We use equation (3.17) to compute the determinant of the Jacobian matrix because of the simple geometry of the example. The modified backpropagated wavefield reads

$$\tilde{R}(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \int d\mathbf{r} F_r(\mathbf{r}, \mathbf{x}) P_{obs}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) G_0^*(\mathbf{r}, \mathbf{x}, \omega), \quad (3.18)$$

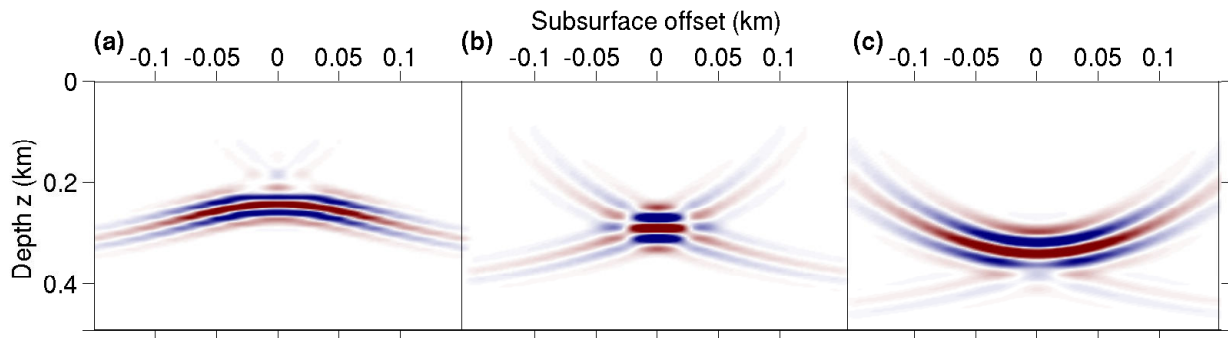


FIGURE 3.10 – CIGs associated with quantitative migration for three homogeneous velocity models. The velocities are (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s and (c) 2300 m/s. To compare with Figures 3.2 and 3.6.

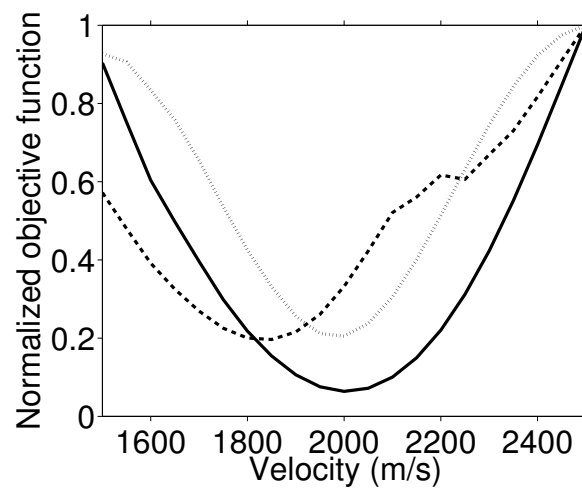


FIGURE 3.11 – Normalized objective functions associated with classical migration obtained from original CIGs (dashed line), tapered CIGs (dotted line) and CIGs associated with quantitative migration (solid line). The velocities vary from 1500 m/s to 2500 m/s.

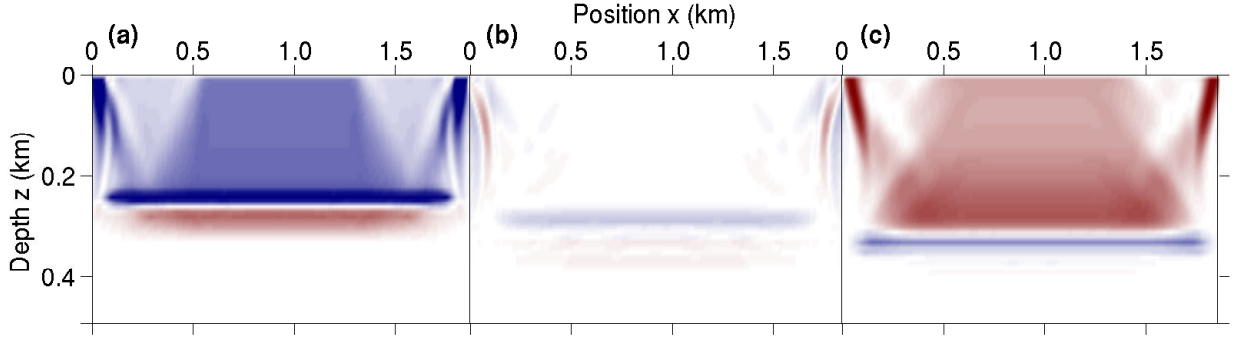


FIGURE 3.12 – Gradients associated with quantitative migration for three homogeneous velocity models. Velocities are (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s and (c) 2300 m/s. Blue means negative values, white means zero and red means positive values. To compare with Figures 3.5 and 3.8.

where  $F_r(\mathbf{r}, \mathbf{x})$  is the weight associated with the receiver contribution (equation 3.15). The migration yields :

$$\tilde{I}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = \int \int ds d\omega (-\omega^2) F_s(\mathbf{s}, \mathbf{x}) S^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) \tilde{R}(\mathbf{s}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega), \quad (3.19)$$

where  $F_s(\mathbf{s}, \mathbf{x})$  is the weight associated with the source contribution (equation 3.15).  $\tilde{R}$  the wavefield calculated in equation (3.18).

The adjoint-state method is accordingly modified by the introduction of these weights. The gradients associated with this quantitative migration for three homogeneous medium are represented in Figure 3.12. The gradients are much more homogeneous above the reflector and the norm is small for a correct migration velocity. This gradient of the functional can then be used in a local optimization scheme to update the velocity model (i.e. steepest descent, quasi-Newton, ...).

## 3.7 Application to a multi-layer model

### 3.7.1 Limiting oscillations around the reflector in the gradient calculation

In the gradients obtained with the different methods, oscillations can be observed around the reflector position (Figures 3.5, 3.8 and 3.12). In terms of velocity update, we cannot ignore these spurious oscillations. In case of a more complex velocity model, these oscillations will be present everywhere, altering the gradient direction. Fei and Williamson (2010) [Fei and Williamson \(2010\)](#) have proposed to modify the conventional adjoint state  $\lambda_I$  (equation A3.7) to

$$-a^2(\mathbf{h}) \text{sign}(\mathbf{h}) \frac{\partial I(\mathbf{x}, \mathbf{h})}{\partial \mathbf{h}}. \quad (3.20)$$

The results on the gradient for a migration velocity of 1700 m/s for the three previous examples (classical migration, tapered migration and quantitative migration) are shown in Figure 3.13. The gradient keeps a negative sign everywhere (blue colour) and does not oscillate around the reflector. The most expected homogeneous behaviour of the gradient is obtained with quantitative migration (Figure 3.13c). For the application on a more complex velocity model, we use this

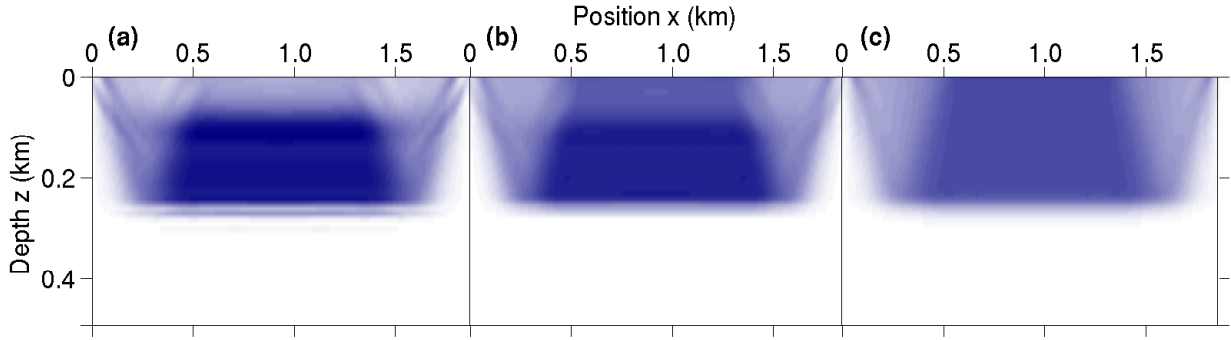


FIGURE 3.13 – Gradients obtained with Fei and Williamson’s approach with a velocity of 1700 m/s for (a) classical migration using raw CIGs, (b) classical migration using tapered CIGs and (c) quantitative migration.

modified formulation according to equation (3.20).

### 3.7.2 Numerical example

Figure 3.14a shows the exact velocity model used for the numerical simulation. It contains velocity variations from 2000 m/s to 3000 m/s. The synthetic data set with a maximum surface offset of 600 m is generated under the Born approximation using ray theory. A smooth version of the exact model is used to compute travel times and amplitudes (Figure 3.14b). In the computation of CIGs and associated gradients, we consider two homogeneous models, one with velocities at 2000 m/s, lower than the minimum of the model and the second with a velocity at 3000 m/s, higher than the maximum. CIGs at every surface locations (every 10 m) are computed. In Figure 3.15, we display the CIGs at  $x = 1$  km (left),  $x = 3$  km (middle) and  $x = 4$  km (right) obtained with the velocity of 2000 m/s using classical migration (top) and quantitative migration (bottom). For the same locations, CIGs using the higher velocity of 3000 m/s are displayed in Figure 3.16. With a lower starting velocity, artifacts, particularly located around the zero subsurface offset, are clearly reduced with quantitative migration. For a velocity of 3000 m/s, they are mainly located around large subsurface offsets and shallow depths. They hinder the deeper reflections in the case of classical migration (Figure 3.16, top). Their energy is reduced with quantitative migration, and deeper reflections become more visible.

To illustrate the spurious oscillations of DSO discussed above, the two gradients for the two velocities using quantitative migration with conventional DSO are displayed in Figure 3.17, top. The gradients computed with the approach described previously (Fei and Williamson 2010; Shen and Symes 2013) (Fei and Williamson, 2010; Shen and Symes, 2013) using classical and quantitative migration are displayed in Figure 3.17, middle and bottom row, respectively. The behaviour of the gradients for 2000 m/s (left column) and 3000 m/s (right column) is coherent with the conclusions drawn for the CIGs : with a too low velocity (Figure 3.17, left column), although the gradient has a slightly better penetration depth using quantitative migration, the two gradients are quite similar because of the location of artifacts around zero subsurface offset. With a too high starting velocity, using classical migration, artifacts have a larger impact, leading to oscillations in the gradient around  $z = 150$  m (high value of  $\mathbf{h}$ ) and reducing the penetration

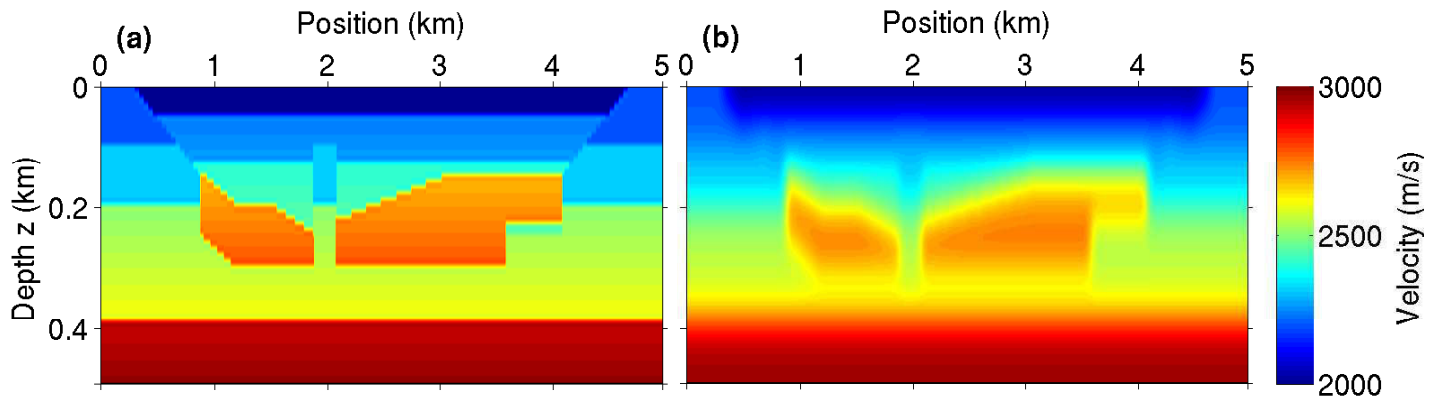


FIGURE 3.14 – (a) Exact velocity model and (b) smooth velocity model used for the modelling.

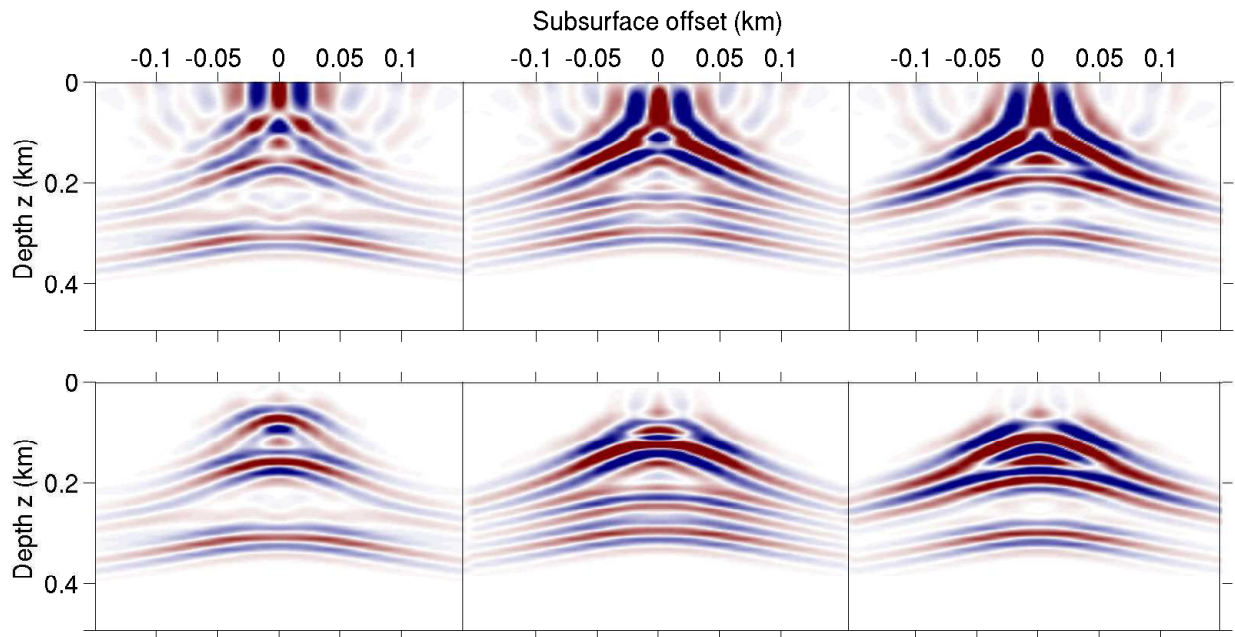


FIGURE 3.15 – CIGs at  $x = 1 \text{ km}$  (left),  $x = 3 \text{ km}$  (middle) and  $x = 4 \text{ km}$  (right) obtained with classical migration (top) and quantitative migration (bottom) with an homogeneous starting velocity at 2000 m/s.

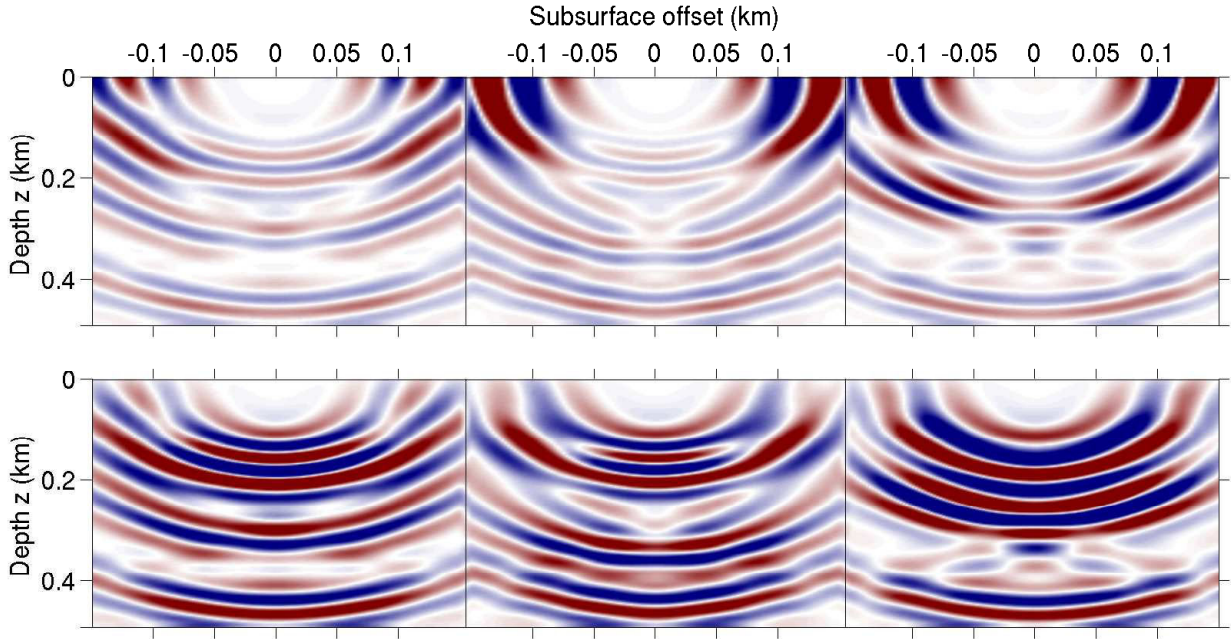


FIGURE 3.16 – CIGs at  $x = 1 \text{ km}$  (left),  $x = 3 \text{ km}$  (middle) and  $x = 4 \text{ km}$  (right) obtained with classical migration (top) and quantitative migration (bottom) with an homogeneous starting velocity at 3000 m/s.

depth (right column).

### 3.7.3 Discussion

Artifacts visible on CIGs perturb the velocity update in a DSO approach. With quantitative migration, used here as an illumination compensation method, gradients show more fidelity to the data, due to the reduction of the artifacts, without the need for tapers. It is important to notice that the introduction of the weighted term  $Q$  cannot be implemented as a preconditioner : a preconditioner modifies the gradient (typically with a multiplication by the depth value), whereas here the  $Q$  factor also depends on source and receiver positions.

Even with quantitative migration, border effects are still visible on the gradients (Figure 3.12), due to poor illumination near the edges of the model. DSO is in fact more sensible to this type of artifacts than other less automatic method, for example the DRM method (Differential Residual Migration) (Vyas and Tang, 2010) . A modified gradient of the DSO objective function reduces these artifacts (Fei and Williamson, 2010) and quantitative migration still improves over the previous gradients.

## 3.8 Conclusion

Defining data from reflectivity and the optimal reflectivity from a misfit functional allows us to perform quantitative migration. For that, a weight is introduced to mainly correct for geometrical spreading and uneven illumination. Artifacts in Common Image Gathers (CIGs) obtained by classical migration are clearly reduced with quantitative migration : energy focusing at non zero subsurface offset is related to an incorrect velocity model. Compared to classical migration, the



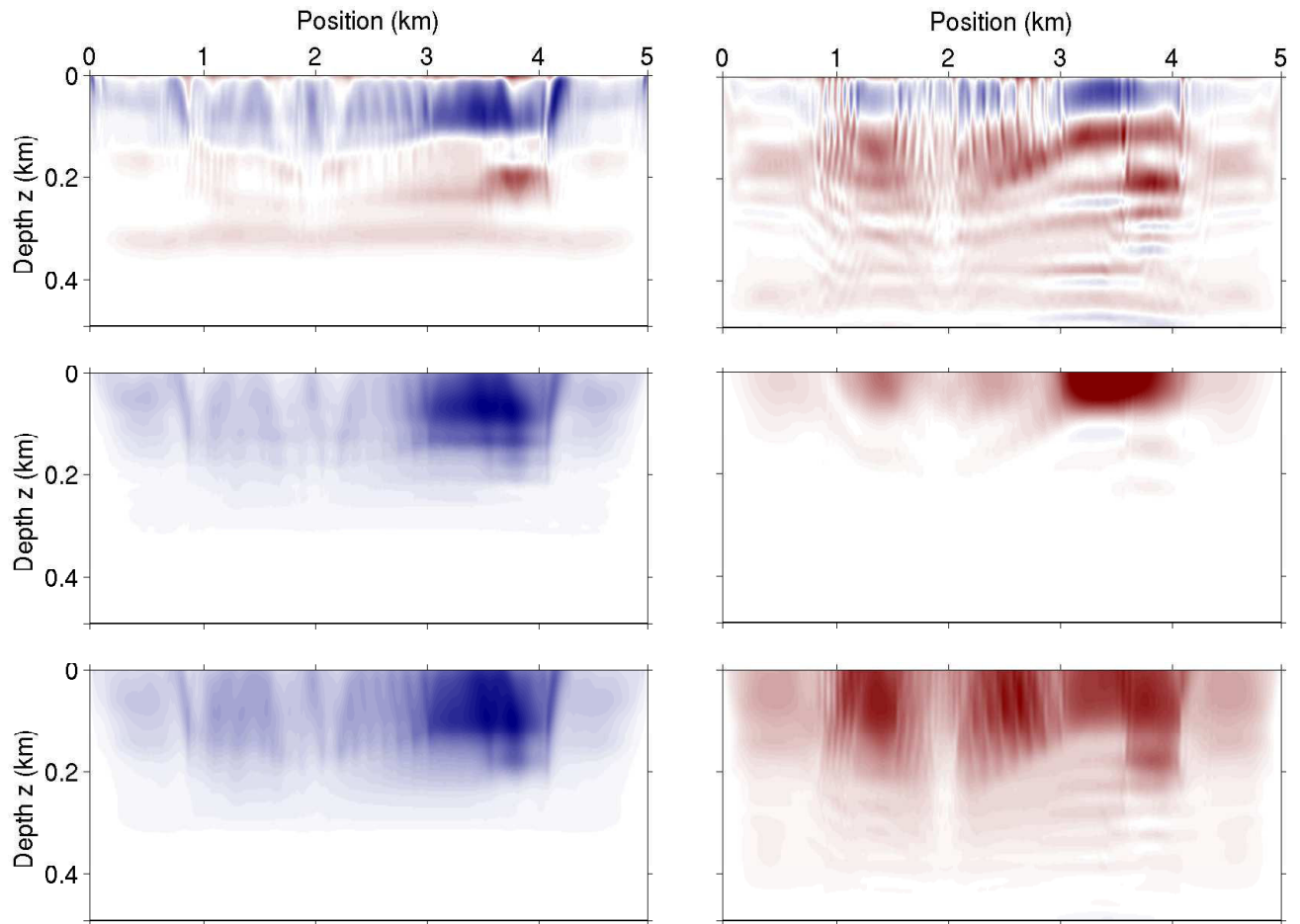


FIGURE 3.17 – Gradients obtained using quantitative migration with conventional DSO (top) for a starting velocity of 2000 m/s (left) and 3000 m/s (right), using classical migration with Fei and Williamson's approach (middle) and using quantitative migration with Fei and Williamson's approach (bottom).

minimum of the normalized objective function is shifted towards the expected velocity values. The gradient of this objective function is then needed to update the velocity model. Based on a simple homogeneous medium, artifacts on CIGs are reduced through the introduction of the weight. Results are similar in the case of a more complex velocity model : the gradient of the image-domain objective function is less affected by this noise, especially in the shallow part.

### 3.9 Acknowledgements

The research described in this paper was carried out as a part of the Paris Exploration Geophysics Group project (GPX) funded by the French National Research Agency (ANR), CGG, TOTAL and Schlumberger. The authors would like to thank Jean Virieux (Université Joseph Fourier) for fruitful discussions.

### 3.10 Appendix A : Calculation of the gradient of the objective function

The gradient of the objective function formulated in the image-domain (equation 3.2) is computed using the widely used adjoint-state method (Plessix, 2006). We consider source and receiver wave fields defined in equation (3.8). In the following, we note the Helmholtz operator :

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{\omega^2}{c_0^2} - \Delta, \quad (\text{A3.1})$$

where  $c_0$  is the velocity,  $\omega$  the angular frequency and  $\Delta$  the Laplacian operator. The adjoint-state method is based on the Lagrangian formulation. The depth-oriented objective function is extended, denoted by  $\mathcal{J}$ , depending on  $(c_0, I, \lambda_I, S, \lambda_S, R, \lambda_R)$  and reading :

$$\begin{aligned} \mathcal{J} = & \frac{1}{2} \iint d\mathbf{x} d\mathbf{h} ||a(\mathbf{h})I(\mathbf{x}, \mathbf{h})||^2 \\ & - \iint d\mathbf{x} d\mathbf{h} \lambda_I(\mathbf{x}, \mathbf{h}) \cdot (I(\mathbf{x}, \mathbf{h}) - \iint ds d\omega (-\omega^2) S^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) R(\mathbf{s}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega)) \\ & - \iiint ds d\mathbf{x} d\omega \lambda_S^*(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) \cdot [\mathcal{L}_0 S(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) - \delta(\mathbf{x} - \mathbf{s})] \\ & - \iiint ds d\mathbf{x} d\omega \lambda_R^*(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) \cdot [\mathcal{L}_0^* R(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) - \int d\mathbf{r} P_{obs}(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r})], \end{aligned} \quad (\text{A3.2})$$

where  $c_0$  is the velocity,  $\lambda_I$ ,  $\lambda_S$  and  $\lambda_R$  the adjoint states.  $S$  and  $R$  respectively represent the source and receiver wave field. The total derivative of  $\mathcal{J}$  with respect to the velocity is given by

$$\frac{d\mathcal{J}}{dc_0} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial c_0} + \frac{\partial I}{\partial c_0} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I} + \frac{\partial \lambda_I}{\partial c_0} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \lambda_I} + \frac{\partial S}{\partial c_0} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial S} + \frac{\partial \lambda_S}{\partial c_0} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \lambda_S} + \frac{\partial R}{\partial c_0} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial R} + \frac{\partial \lambda_R}{\partial c_0} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \lambda_R}. \quad (\text{A3.3})$$

The adjoint states  $\lambda_I$ ,  $\lambda_S$  and  $\lambda_R$  are obtained by taking  $(\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I}, \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \lambda_I}, \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial S}, \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \lambda_S}, \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial R}, \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \lambda_R}) = 0$ . It avoids to compute Fréchet derivatives.



We now develop the derivatives of  $\mathcal{J}$  with respect to the velocity  $c_0$  :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{J}}{dc_0} = \frac{\partial\mathcal{J}}{\partial c_0} &= \frac{2}{c_0(\mathbf{x})^3} \iint d\mathbf{s}d\omega(-\omega^2)\lambda_S^*(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega)S(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) \\ &+ \frac{2}{c_0(\mathbf{x})^3} \iint d\mathbf{s}d\omega(-\omega^2)\lambda_R^*(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega)R(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega). \end{aligned} \quad (\text{A3.4})$$

The derivatives of  $\mathcal{J}$  with respect to  $S$  and  $R$ , imposed to 0, give the expressions to calculate the adjoint source  $\lambda_S$  and the adjoint receiver  $\lambda_R$  :

$$\mathcal{L}_0^*\lambda_S(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = -\omega^2 \int d\mathbf{h}\lambda_I(\mathbf{x} + \mathbf{h}, \mathbf{h})R(\mathbf{s}, \mathbf{x} + 2\mathbf{h}, \omega). \quad (\text{A3.5})$$

$$\mathcal{L}_0\lambda_R(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = -\omega^2 \int d\mathbf{h}\lambda_I(\mathbf{x} - \mathbf{h}, \mathbf{h})S(\mathbf{s}, \mathbf{x} - 2\mathbf{h}, \omega). \quad (\text{A3.6})$$

Finally, for the computation of the extended sources,  $\lambda_I$  is obtained by the derivative of  $J$  with respect to  $I$  :

$$\lambda_I(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = a^2(\mathbf{h})I(\mathbf{x}, \mathbf{h}). \quad (\text{A3.7})$$

### 3.11 Appendix B : Hessian in quantitative migration

The objective here is to derive an optimal  $Q$  factor such that the Hessian becomes close to a Dirac distribution. We follow the same strategy as in [Jin et al. \(1992\)](#) . The Hessian can be written as :

$$\begin{aligned} H(\mathbf{y}, \mathbf{y}_0) &= \frac{\partial^2 J}{\partial \xi(\mathbf{y}) \partial \xi(\mathbf{y}_0)} \\ &= \iiint d\omega d\mathbf{s}d\mathbf{r} |\kappa(\omega)|^2 |\Omega(\omega)|^2 Q G_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) G_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}_0 - \mathbf{h}_0, \omega) \\ &\quad \cdot G_0^*(\mathbf{r}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega) G_0(\mathbf{r}, \mathbf{x}_0 + \mathbf{h}_0, \omega), \end{aligned} \quad (\text{B3.1})$$

where  $G_0$  represent the Green's functions,  $\Omega(\omega)$  the source term and  $\kappa(\omega)$  is the ray+Born signature ( $\kappa(\omega) = -i\omega$  in 2-D).

Using ray theory, the Green's functions can be described by a smooth amplitude term  $A$  given by the transport equation and an oscillatory factor with a pulsation  $\omega$ , containing the traveltimes, solution of the Eikonal equation. By replacing the expression of Green's functions in equation [\(B3.1\)](#), the Hessian becomes :

$$H(\mathbf{y}, \mathbf{y}_0) = \iiint d\omega d\mathbf{s}d\mathbf{r} D(\mathbf{r}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_0, \mathbf{s}, \omega) e^{-i\omega \Delta T(\mathbf{r}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_0, \mathbf{s})} Q, \quad (\text{B3.2})$$

with

$$\begin{cases} D(\mathbf{r}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_0, \mathbf{s}, \omega) = |\kappa(\omega)|^2 |\Omega(\omega)|^2 A(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}) A(\mathbf{r}, \mathbf{x} + \mathbf{h}) A(\mathbf{s}, \mathbf{x}_0 - \mathbf{h}_0) A(\mathbf{r}, \mathbf{x}_0 + \mathbf{h}_0), \\ \Delta T(\mathbf{r}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_0, \mathbf{s}) = T(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}) + T(\mathbf{r}, \mathbf{x} + \mathbf{h}) - (T(\mathbf{s}, \mathbf{x}_0 - \mathbf{h}_0) + T(\mathbf{r}, \mathbf{x}_0 + \mathbf{h}_0)). \end{cases} \quad (\text{B3.3})$$

Here we are interested in the terms around the diagonal of the Hessian, therefore we consider the terms around the diagonal  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$  and  $\mathbf{h} = \mathbf{h}_0$ . Using a Taylor expansion, equation (B3.2) becomes :

$$H(\mathbf{y}, \mathbf{y}_0) \simeq \iint ds d\mathbf{r} \int d\omega Q D(\mathbf{r}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_0, \mathbf{s}, \omega) e^{-i(\mathbf{k}_\mathbf{x} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \mathbf{k}_\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{h}_0))}, \quad (\text{B3.4})$$

where

$$\begin{cases} D(\mathbf{r}, \mathbf{y}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{s}, \omega) = |\kappa(\omega)|^2 |\Omega(\omega)|^2 A^2(\mathbf{s}, \mathbf{x}_0 - \mathbf{h}_0) A^2(\mathbf{r}, \mathbf{x}_0 + \mathbf{h}_0), \\ \mathbf{k}_\mathbf{x} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \mathbf{k}_\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{h}_0) = \omega \Delta T(\mathbf{r}, \mathbf{y}, \mathbf{y}_0, \mathbf{s}), \end{cases} \quad (\text{B3.5})$$

where  $\mathbf{k}_\mathbf{x}$  is a 2-D vector, whose components are  $k_x$  and  $k_z$ .

With the change of variables from the data space to the migrated image space :

$$(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) \rightarrow (\mathbf{k}), \quad (\text{B3.6})$$

equation (B3.4) becomes

$$H(\mathbf{y}, \mathbf{y}_0) \simeq \int d\mathbf{k} Q D(\mathbf{r}, \mathbf{y}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{s}, \omega) \left| \frac{\partial(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)}{\partial \mathbf{k}} \right| e^{-i\mathbf{k}_\mathbf{x} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + i\mathbf{k}_\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{h}_0)}, \quad (\text{B3.7})$$

Following the approach of Jin et al. (1992), we formulate the Hessian as a weighted Dirac function. In 2-D space, the Dirac function reads :

$$\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{R^2} d\mathbf{k} e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)}. \quad (\text{B3.8})$$

In order to recognize this analogy, we set the local weight at the image point  $\mathbf{y}_0$  to :

$$Q = \frac{1}{(2\pi)^3 \left| \frac{\partial(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)}{\partial \mathbf{k}} \right| D(\mathbf{r}, \mathbf{y}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{s}, \omega)}. \quad (\text{B3.9})$$

With the weight introduced, the Hessian expressed in equation (A4.3) becomes :

$$\begin{aligned} H(\mathbf{y}, \mathbf{y}_0) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} e^{-i[\mathbf{k}_\mathbf{x} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \mathbf{k}_\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{h}_0)]} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{k}_\mathbf{x} e^{-i\mathbf{k}_\mathbf{x} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)} \frac{1}{(2\pi)} \int d\mathbf{k}_\mathbf{h} e^{-i\mathbf{k}_\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{h}_0)}. \end{aligned} \quad (\text{B3.10})$$

Equation (A4.4) is valid if  $\mathbf{k}_\mathbf{x}$  and  $\mathbf{k}_\mathbf{h}$  fully cover the 2-D space (Lambaré et al., 2003). In practice, they are limited by the acquisition extension (maximum offset limiting the diffraction angle and the maximum dip that can be imaged) and the frequency content of the source. We introduce filters in equation (A4.5) to take this effect into account :

$$\begin{aligned} H(\mathbf{y}, \mathbf{y}_0) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{R^2} d\mathbf{k}_\mathbf{x} \tilde{F}_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{k}_\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}_\mathbf{x} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)} \frac{1}{(2\pi)} \int d\mathbf{k}_\mathbf{h} \tilde{F}_{\mathbf{h}_0}(\mathbf{k}_\mathbf{h}) e^{-i\mathbf{k}_\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{h}_0)} \\ &= F_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) F_{\mathbf{h}_0}(\mathbf{h} - \mathbf{h}_0). \end{aligned} \quad (\text{B3.11})$$

The Hessian is given by the multiplication of two filters : the first one in equation (A4.6) is a 2-D filter (based on  $\mathbf{k}_\mathbf{X}=(k_x,k_z)$ ) and the second one is 1D, based on  $\mathbf{k}_\mathbf{h}$  (considered only horizontal  $(k_{h_x},0)$  or along the dip).

## 3.12 Compléments de l'article

L'article présenté dans la partie précédente était axé sur les développements théoriques de la migration quantitative, afin d'obtenir un gradient moins perturbé par les artefacts. Dans cette partie de compléments, je présente quelques points théoriques sur la migration quantitative, puis l'implémentation de l'analyse de vitesse par migration en particulier autour de la régularisation du gradient. Finalement je présente quelques résultats d'inversion pour le modèle hétérogène.

### 3.12.1 Migrations quantitative et itérative

#### 3.12.1.1 Contributions des différents termes dans la pondération de la migration quantitative

Dans la pondération obtenue et appliquée à la formule classique de migration, je présente dans cette partie la contribution de différents termes dans l'atténuation des artefacts. Cette analyse est effectuée dans un milieu homogène pour un couple source-récepteur en surface, où la source est située à 200 m et le récepteur à 1600 m (Figure 3.18). Les paramètres d'extension du modèle sont les mêmes que ceux utilisés dans le cas synthétique homogène. Les différents termes analysés sont :

- Le cosinus du demi angle d'ouverture  $\cos(\frac{\theta_s - \theta_r}{2})$ ,
- Le produit des quantités paraxiales  $|\frac{\partial \theta_s}{\partial s}| |\frac{\partial \theta_r}{\partial r}|$ ,
- Le terme de correction d'amplitude  $\frac{1}{A_r^2 A_s^2}$ .

En premier lieu, le cosinus de l'angle d'ouverture est présenté sur la Figure 3.18a. Celui-ci varie entre 0 et 1 et, dans la zone comprise entre la source  $S$  et le récepteur  $R$ , il est proche de 1. Dans un deuxième temps, la quantité  $|\frac{\partial \theta_s}{\partial s}| |\frac{\partial \theta_r}{\partial r}|$  est représentée sur la Figure 3.18b. Elle est calculée ici par tracé de rais en milieu homogène. Ce terme s'écrit dans ce cas :

$$|\frac{\partial \theta_s}{\partial s}| |\frac{\partial \theta_r}{\partial r}| = \frac{z}{z^2 + (x - s)^2} \cdot \frac{z}{z^2 + (x - r)^2} \quad (3.19)$$

Les valeurs sont particulièrement élevées dans la zone profonde. À première vue, en raison de sa plage de valeurs étendue dans la zone située entre la source et le récepteur, il s'agit d'un terme primordial dans la pondération. Finalement le terme de correction d'amplitude présente des faibles valeurs autour de la source et du récepteur, étant proportionnel à la distance entre le point image et la source ou le récepteur. Nous pouvons noter que tous ces termes sont symétriques par rapport à la ligne située à  $x = 900$  m.

Afin de quantifier l'apport combiné des différentes amplitudes, différents termes sont regroupés deux à deux sur la Figure 3.19. Les valeurs obtenues par la combinaison du cosinus et des quantités paraxiales ne varient que très peu par rapport à la seule prise en compte des quantités paraxiales (Figure 3.19a), ce qui s'explique par la faible variation du cosinus entre la source et le récepteur. En combinant l'effet de la correction d'amplitude et des termes paraxiaux, la partie plus profonde présente les plus fortes valeurs (Figure 3.19b). Les fortes valeurs proches de la source dans l'image de la contribution des quantités paraxiales (Figure 3.18b) sont atténuées avec la prise en compte du terme d'amplitude. Finalement, le terme associé à la combinaison des termes d'amplitude et

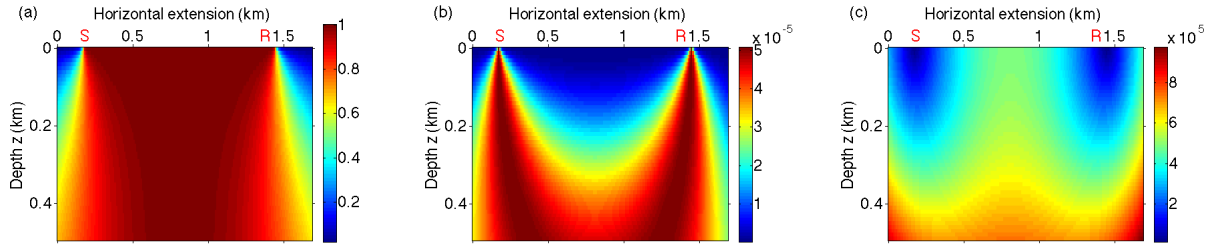


FIGURE 3.18 – Amplitude de (a)  $\cos(\frac{\theta_s - \theta_r}{2})$ , (b)  $|\frac{\partial \theta_s}{\partial s}| |\frac{\partial \theta_r}{\partial r}|$  et (c)  $\frac{1}{A_r^2 A_s^2}$ .

du cosinus est très proche de celui de l'amplitude, avec une augmentation des valeurs entre les sources et récepteurs due au terme de cosinus (Figure 3.19c).

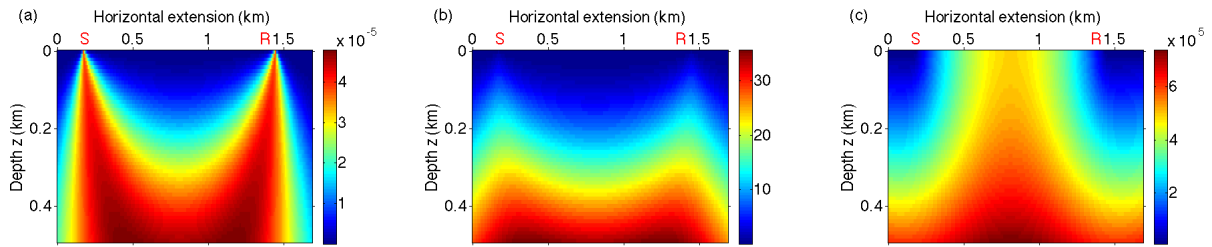


FIGURE 3.19 – Amplitude de (a)  $\cos(\frac{\theta_s - \theta_r}{2}) |\frac{\partial \theta_s}{\partial s}| |\frac{\partial \theta_r}{\partial r}|$ , (b)  $\frac{1}{A_r^2 A_s^2} |\frac{\partial \theta_s}{\partial s}| |\frac{\partial \theta_r}{\partial r}|$  et (c)  $\frac{1}{A_r^2 A_s^2} \cos(\frac{\theta_s - \theta_r}{2})$

Finalement, la somme des contributions des trois termes est représentée sur la Figure 3.20. Les valeurs sont très proches de celle obtenues en combinant les quantités paraxiales et les termes de correction d'amplitude (Figure 3.19b).

Cette pondération favorise le signal plus profond. Les artefacts de migration se situant toujours dans la partie superficielle, cette pondération permet alors d'atténuer ces artefacts, comme montré dans l'article présenté précédemment.

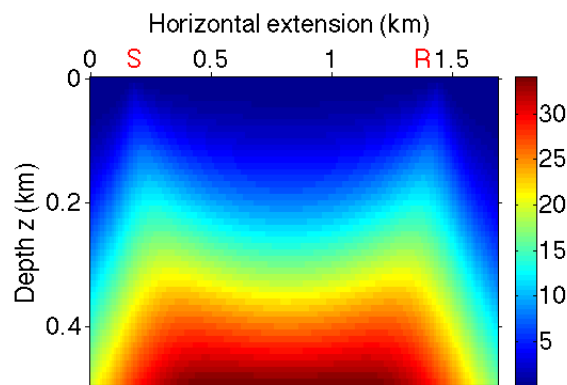


FIGURE 3.20 – Poids total appliqué lors de la migration quantitative.

L'analyse a été effectuée ici pour un seul couple source-récepteur. Dans la migration, il y a sommation sur tous les récepteurs et toutes les sources. La partie centrale du modèle hétérogène (Figure 3.14) a été utilisée comme modèle synthétique. Je regarde comment les différents termes

de pondération affectent le résultat de la migration.

Sur la Figure 3.21, je présente un CIG obtenu pour une vitesse inférieure à celle du modèle synthétique. Le CIG obtenu par migration classique est présenté sur la Figure 3.21a, celui obtenu par application du cosinus de l'angle est représenté sur la Figure 3.21b. L'application du déterminant de Beylkin est montrée sur la Figure 3.21c, tandis que la Figure 3.21d représente le CIG avec les termes d'amplitude appliqués.

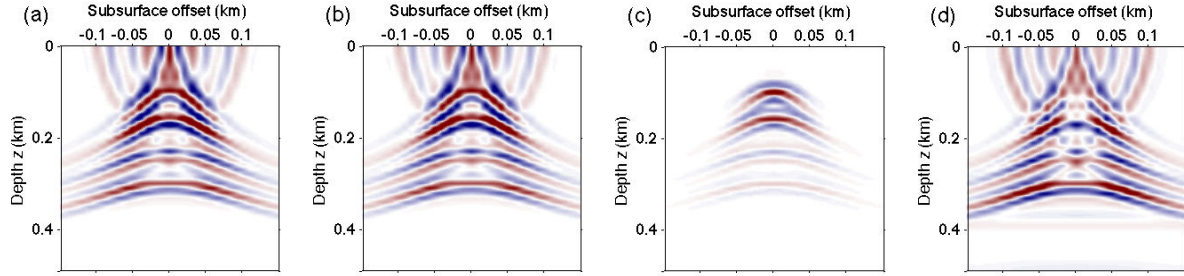


FIGURE 3.21 – CIG central obtenu (a) par migration classique, (b) par migration classique, avec  $\cos(\frac{\theta_s - \theta_r}{2})$  appliqué, (c) par migration classique, avec  $|\frac{\partial \theta_s}{\partial s}| |\frac{\partial \theta_r}{\partial r}|$  appliqué et (d) par migration classique, avec  $\frac{1}{A_r^2 A_s^2}$  appliqué.

En cohérence avec les conclusions intermédiaires des résultats de l'unique couple source-récepteur, le déterminant de Beylkin représente la contribution principale dans l'atténuation des artefacts. Cependant, son unique application ne compense pas l'énergie plus profonde, ce qui justifiera l'application des termes d'amplitude liés au facteur géométrique. Finalement, je présente sur la Figure 3.22b le CIG obtenu par migration quantitative, qui, à travers l'application du déterminant de Beylkin, permet d'atténuer les artefacts. Le CIG présente une énergie également répartie, ce qui permettra de prendre en compte l'énergie profonde dans le calcul du gradient.

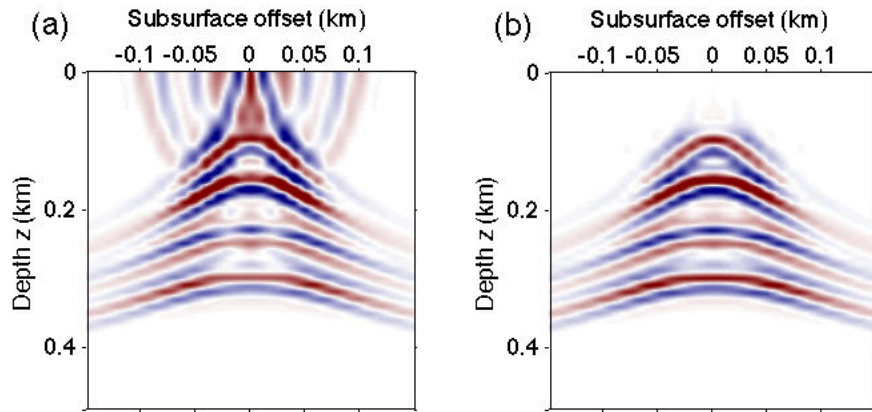


FIGURE 3.22 – CIG central obtenu (a) par migration classique et (b) par migration quantitative.

La Figure 3.23 représente les réflectivités prises en  $h = 0$  (à gauche) et en  $h = 60$  m (à droite). La nécessité des termes d'illumination (pour réduire les artefacts peu profonds) et des termes d'amplitude (pour compenser la divergence géométrique) apparaît dans la comparaison des images de réflectivité obtenues. Les images associées à l'offset en profondeur  $h = 60$  m sont

moins perturbées par les artefacts, et il s'agit de l'information qui est propagée dans le calcul du gradient. Cela représente un avantage de travailler dans le domaine étendu.

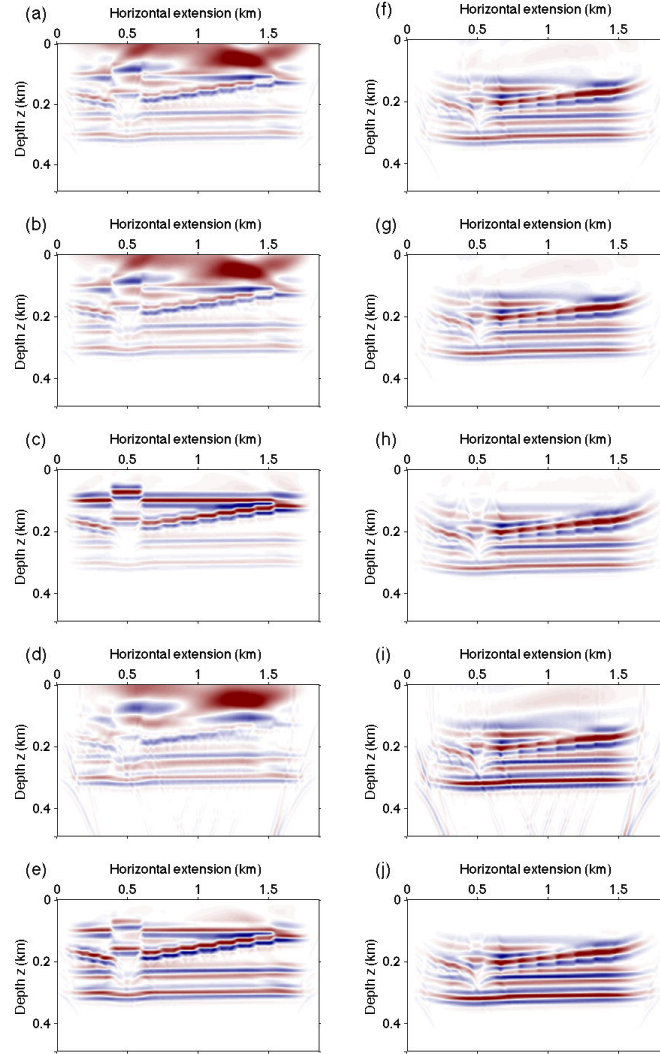


FIGURE 3.23 – Réflectivité dans le domaine physique (prise à l'offset en profondeur nul) (à gauche) et réflectivité prise à l'offset en profondeur  $h = 60$  m (à droite). De haut en bas, le CIG est obtenu par migration classique sans aucun poids, avec application du cosinus de l'angle, avec application des quantités  $|\frac{\partial\theta_s}{\partial s}| |\frac{\partial\theta_r}{\partial r}|$ , avec application du terme d'amplitude et par migration quantitative.

### 3.12.1.2 Analyse de résolution de la migration quantitative

Dans l'esprit de [Lambaré et al. \(2003\)](#), je présente une analyse de résolution du Hessien dans la migration quantitative. Je présente ici le filtre associé aux nombres d'ondes  $k_x$  et  $k_z$  (représentés par le vecteur  $\mathbf{k}_X$ ).

On introduit l'angle de pendage, noté  $\alpha$ , égal à la demi-somme des angles (orientés)  $\theta_s$  et  $\theta_r$ . En effectuant le changement de variable  $(\mathbf{k}) \rightarrow (|\mathbf{k}|, \alpha)$ , nous obtenons l'expression du filtre  $F_{\mathbf{x}_0}$  :

$$F_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{x}) = \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \int_{|\mathbf{k}_X|_{min}(\alpha)}^{|\mathbf{k}_X|_{max}(\alpha)} d|\mathbf{k}_X| |\mathbf{k}_X| e^{-i\mathbf{k}_X \cdot \mathbf{x}} \quad (3.20)$$

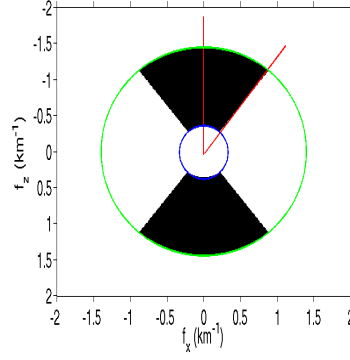


FIGURE 3.24 – Paramètres limitant la résolution : fréquence minimum (en bleu), maximum (en vert) et pendage maximum (en rouge)

De manière analogue aux résolutions spectrales des filtres montrées par [Lambaré et al. \(2003\)](#), nous pouvons représenter le filtre  $F_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{k}_{\mathbf{x}})$ . Nous rappelons que, en 2-D,  $\mathbf{k}_{\mathbf{x}}$  a 2 composantes, selon  $x$  et selon  $z$ , que nous noterons respectivement  $k_{x_x}$  et  $k_{x_z}$ .

Pour représenter ce filtre, nous considérons des paramètres d'acquisition marine, l'offset maximum étant de 6 km. Dans un premier temps, le point  $\mathbf{x}_0$  est situé à une profondeur de 3 km, et nous prenons des angles de diffraction de  $28^\circ$ ,  $53^\circ$  et  $78^\circ$ , correspondant à des offsets maxima respectifs de 1.5 km, 3 km et 4.8 km (Figure 3.25).

Dans un deuxième temps,  $\mathbf{x}_0$  est fixé horizontalement et placé à différentes profondeurs (4 km, 6 km et 8 km), tout en gardant l'offset constant.

Lors d'une acquisition sismique marine, la bande passante de la source (qui est un canon à air) est typiquement [5–20 Hz], et nous allons considérer que cet intervalle ne varie pas avec la profondeur. Ces bornes de fréquence  $f_{min}$  et  $f_{max}$  déterminent les rayons qui définissent la résolution du filtre (Figure 3.24). En effet,

$$|\mathbf{k}_{\mathbf{x}}|_{min} = 2 \frac{\omega_{min}}{v_0} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right); |\mathbf{k}_{\mathbf{x}}|_{max} = 2 \frac{\omega_{max}}{v_0} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (3.21)$$

où  $v_0$  désigne la vitesse du milieu (homogène), choisie ici égale à 2500 m/s.

La résolution est maximale pour des offsets faibles, qui correspondent à des angles de diffraction petits. Le deuxième paramètre limitant la résolution est le pendage ( $\alpha$ ), qui dépend de l'offset maximum. Le pendage maximum que l'on peut imager limite la résolution obtenue avec des angles de diffraction importants (Figure 3.24).

Ce pendage maximum qui peut être imagé diminue avec la profondeur, ce qui limite la résolution du filtre pour les grandes profondeurs (Figure 3.26). Les rayon minimum et maximum (correspondant à la fréquence minimum et maximum) augmentent avec la profondeur. Ceci est valide si on garde la même bande de fréquence. En réalité les hautes fréquences s'atténuent avec la profondeur, ce qui limite le rayon maximum (en vert sur la Figure 3.24).

Le Hessien ne se réduit donc pas à un dirac. Nous ne pouvons donc pas l'inverser facilement. Cependant, ce travail a permis de trouver une expression de la fonction coût qui permet de diagonaliser au mieux le Hessien.



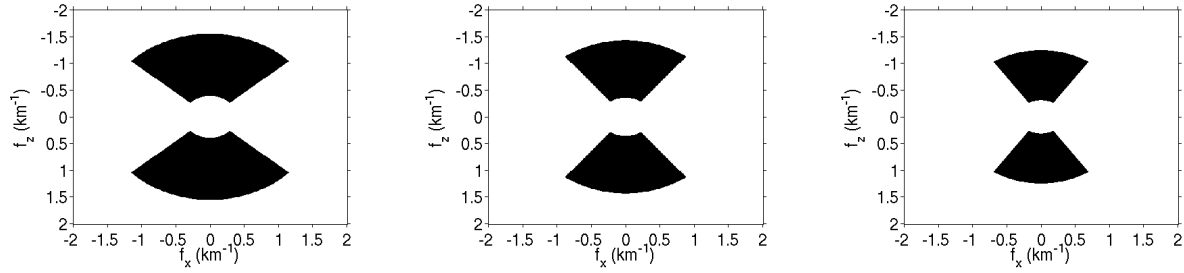


FIGURE 3.25 – Résolution spectrale des filtres pour 3 angles de diffraction :  $28^\circ$  (à gauche),  $53^\circ$  (au centre) et  $78^\circ$  (à droite) En noir est représentée la résolution maximale et en blanc la résolution nulle. L'abscisse est  $f_x = \frac{k_{xx}}{2\pi}$  et l'ordonnée est  $f_z = \frac{k_{zz}}{2\pi}$ .

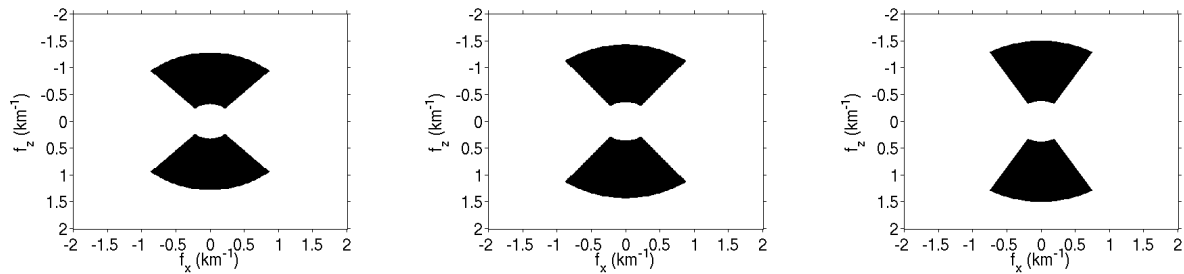


FIGURE 3.26 – Résolution spectrale des filtres pour un point situé à 4 km (à gauche), 6 km (au centre) et 8 km (à droite) En noir est représentée la résolution maximale et en blanc la résolution nulle. L'abscisse est  $f_x = \frac{k_{xx}}{2\pi}$  et l'ordonnée est  $f_z = \frac{k_{zz}}{2\pi}$ .

### 3.12.1.3 La migration itérative

La migration itérative est une alternative à la migration quantitative. Je présente ici un exemple synthétique très simple qui permet d'illustrer cette méthode. Cette migration ne sera pas utilisée par la suite, mais, étant proche de la migration quantitative, et faisant l'objet de commentaires dans les perspectives (**Chapitre 6**), sa présentation peut être intéressante.

En reprenant les notations de l'article, il s'agit de trouver la réflectivité optimale qui permet de minimiser la fonction coût  $J_0$  formulée dans le domaine des données :

$$J_0[\xi] = \frac{1}{2} \iint ds dr \int dt |P[\xi] - P_{obs}|^2. \quad (3.22)$$

Pour un modèle homogène, les données synthétiques  $P_{obs}$  sont générées en utilisant les fonctions de Green 2-D selon la formule :

$$G_{2D}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{H(t - \frac{r}{v})}{\sqrt{t^2 - \frac{r^2}{v^2}}}, \quad (3.23)$$

où  $H$  représente la fonction Heaviside,  $r$  la distance entre la source (ou le récepteur) et le point  $\mathbf{x}$ .  $v$  est la vitesse du milieu.

Dans la modélisation, la longueur du signal est telle que  $t - \frac{r}{v} \ll \frac{r}{v}$ . La fonction de Green

peut alors être approximée sous la forme :

$$G_{2D}(\mathbf{x}, t) \approx \sqrt{\frac{v}{8\pi r}} \frac{H(t - \frac{r}{v})}{\sqrt{t - \frac{r}{v}}}. \quad (3.24)$$

Comme dans l'équation 3.6, la migration classique est obtenue avec la dérivée de cette fonction  $J_0$  par rapport à la réflectivité, prise en zéro. Cependant, la réflectivité optimale qui minimise la fonction coût  $J_0$  est ici obtenue itérativement. Les données  $P[\xi]$  sont toujours modélisées à l'aide de l'approximation de Born. Le milieu considéré est homogène à 2000 m/s, il comporte un réflecteur à 200 m de profondeur. Trois vitesses de migration sont testées, à savoir 1700 m/s, 2000 m/s et 2300 m/s ; les CIGs associés sont représentés respectivement sur les Figures 3.27, 3.28 et 3.29 pour la 1ère, 5ème, 9ème et 13ème itération. De façon similaire aux résultats présentés dans l'article, des artefacts de migration perturbent les CIGs initiaux. Au fil des itérations, qui consistent à minimiser la fonction coût  $J_0$  (dont l'évolution est représentée sur la Figure 3.30 dans le cas de la vitesse correcte), les artefacts de migration sont largement atténués. Il est important de noter qu'ici on ne met à jour que la réflectivité. Le vitesse du macromodèle est ainsi considérée invariante au cours des itérations.

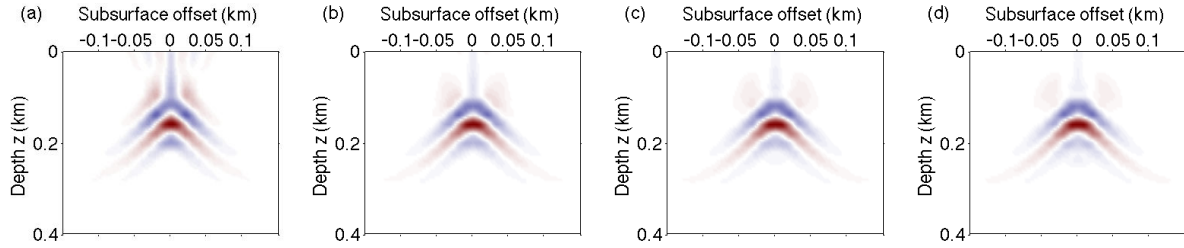


FIGURE 3.27 – Image obtenue après migration itérative pour une vitesse de 1700 m/s, égale à celle de modélisation des données synthétiques : après (a) 1 itération, (b) 5 itérations, (c) 9 itérations et (d) 13 itérations.

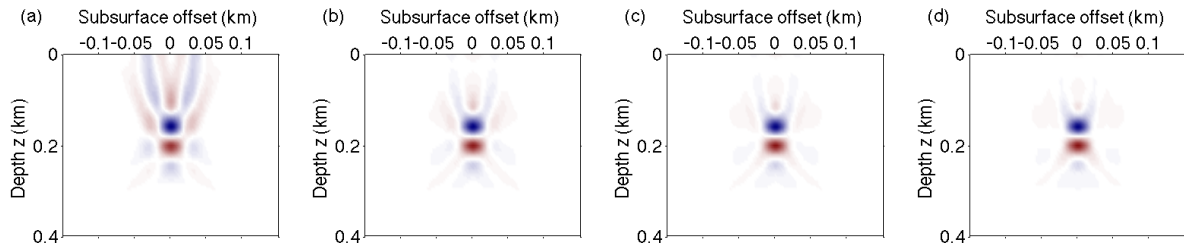


FIGURE 3.28 – Image obtenue après migration itérative pour une vitesse de 2000 m/s, égale à celle de modélisation des données synthétiques : après (a) 1 itération, (b) 5 itérations, (c) 9 itérations et (d) 13 itérations.

Les artefacts diminuent avec les itérations, et ceci quelle que soit la vitesse de migration utilisée. Afin d'obtenir une analyse quantitative de cet effet, une fonction coût est introduite sous la forme :

$$J_n[v] = \frac{1}{2} \frac{|h\mathbf{I}_n(\mathbf{x}, h)|^2}{|\mathbf{I}_n(\mathbf{x}, h)|^2} \quad (3.25)$$

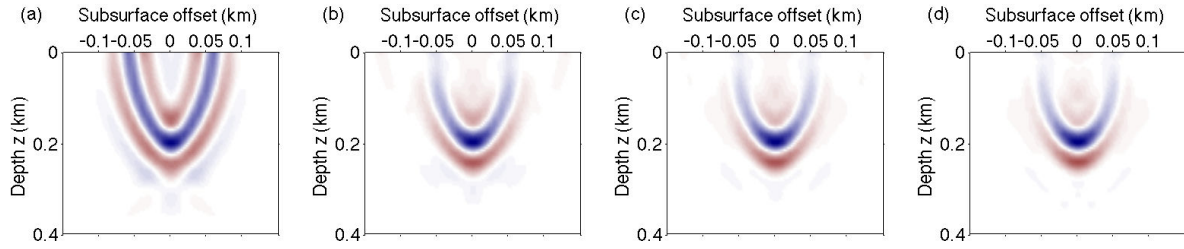


FIGURE 3.29 – Image obtenue après migration itérative pour une vitesse de 2300 m/s, égale à celle de modélisation des données synthétiques : après (a) 1 itération, (b) 5 itérations, (c) 9 itérations et (d) 13 itérations.

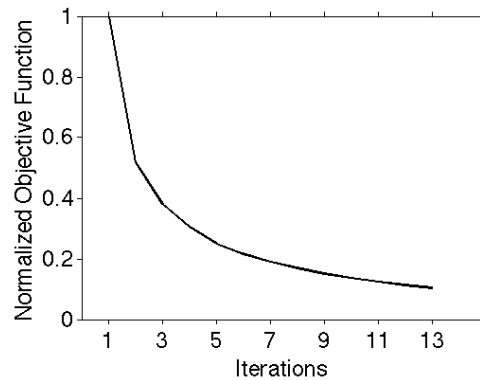


FIGURE 3.30 – Fonction objective dans le domaine des données étendu ( $J_0$ ) en fonction des itérations obtenue avec la vitesse de migration dite correcte (Figure 3.28).

où  $I_n$  est la réflectivité étendue à l'itération  $n$  et  $h$  l'offset en profondeur.

La fonction  $J_n[v]$  est calculée après chaque itération pour des vitesses de migration de 1500 m/s à 2500 m/s, avec un pas de 50 m/s. Elle est représentée sur la Figure 3.31 pour les itérations 1, 5, 9 et 13. Le réflecteur étant peu profond, les artefacts liés aux sourires de migration n'atteignent cependant pas les bords du CIG, ce qui ne crée pas d'oscillations dans la fonction coût représentée en fonction des vitesses de migration (Figure 3.31). Cependant, le minimum de cette fonction coût est toujours décalé vers une vitesse plus faible, car les sourires sont courbés vers le haut (courbe bleue). Au fil des itérations, le minimum de la fonction coût se déplace vers la vitesse correcte de migration (2000 m/s) pour l'atteindre après 9 itérations (courbe rouge). La courbe ainsi obtenue a son minimum pour la valeur de vitesse correcte. De plus, la courbe tend à être plus symétrique, en limitant les artefacts situés autour de grandes valeurs d'offset en profondeur pour les vitesses trop élevées.

Pour une vitesse de migration inférieure à celle de référence, la fonction objective  $J_n$  ne varie sensiblement pas, car les artefacts se situent principalement autour de l'offset en profondeur nul. Au contraire, pour une vitesse de migration supérieure, la fonction objective voit sa valeur sensiblement diminuer, ce qui s'explique par l'analyse des CIGs obtenus (respectivement Figure 3.27 et 3.29).

La Figure 3.32 présente les variations de la fonction coût  $J_n$  en fonction des itérations de mise à jour de la réflectivité. De façon cohérente avec les courbes obtenues sur la Figure 3.31,

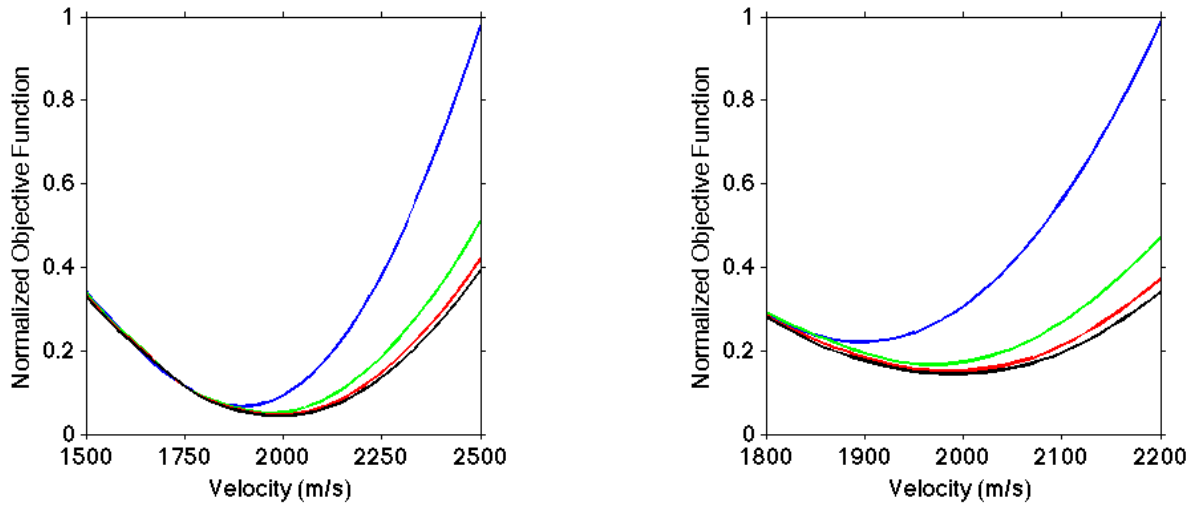


FIGURE 3.31 – Fonctions objectives ( $J$ ) obtenues après 1 itération (bleu), 5 itérations (vert), 9 itérations (rouge) et 13 itérations (noir). À droite, un zoom est représenté.

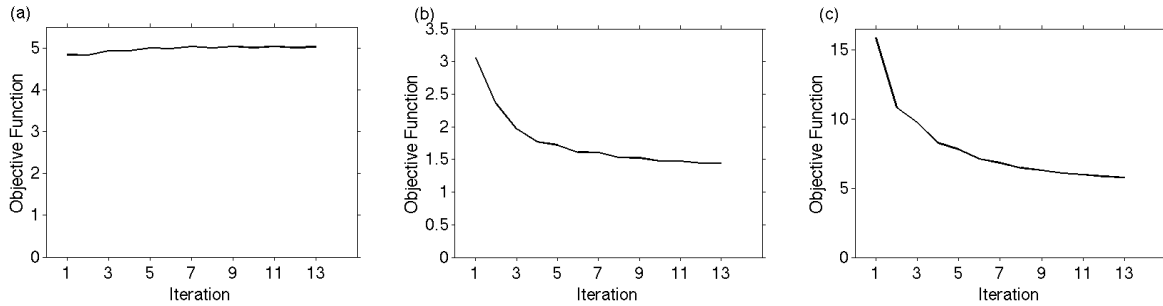


FIGURE 3.32 – Variations de la fonction coût ( $J_n$ ) en fonction du nombre d'itérations linéaires  $n$  pour le modèle à (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s et (c) 2300 m/s.

on s'attend à une faible variation de la fonction  $J_n$  pour des vitesses trop faibles, ce que l'on voit sur la Figure 3.32a. La fonction coût tend même à augmenter légèrement, ce qui est dû à la normalisation par l'énergie de l'image. Après quelques itérations, il y a stabilisation. Pour la vitesse correcte (Figure 3.32b) et trop élevée (Figure 3.32c), les fonctions coûts  $J_n$  diminuent avec les itérations, ce qui est cohérent avec les courbes obtenues Figure 3.31. Ces aspects tendent à produire une fonction coût plus symétrique, quand elle est représentée en fonction de la vitesse de migration.

En conclusion, après quelques itérations, la fonction objective, qui mesure la concentration de l'énergie en  $h = 0$ , atteint son minimum pour la bonne vitesse (Figure 3.31), ce qui n'était pas le cas après une itération (migration classique).

La méthode de migration itérative tend à atténuer sensiblement les artefacts sur les images migrées. Cette méthode paraît robuste sur ce modèle synthétique simple mais est aussi plus coûteuse. En effet plusieurs migrations (et donc modélisations) sont nécessaires dans le modèle étendu, afin d'atténuer sensiblement les artefacts, ce qui se traduit par le décalage du minimum de la fonction objective vers la vitesse correcte de migration. Ce coût numérique peut limiter son application. La migration quantitative permet, en une seule itération, d'atténuer significativement

les artefacts de migration. Ici, je me suis limité au calcul des CIGs par migration itérative. Le calcul du gradient dans la formulation itérative est expliqué dans [Chauris et al. \(2015\)](#) et un exemple de gradient est présenté dans le **Chapitre 6**.

### 3.12.2 Implémentation de l'inversion

#### 3.12.2.1 Remise à jour du modèle de vitesse

Dans l'article lié à ce chapitre, seul le premier gradient est calculé. Ce premier gradient donne la direction de mise à jour du modèle. J'utilise ici une inversion basée sur la formulation du gradient conjugué non linéaire. Il s'agit d'une variante plus performante de la formulation du gradient de plus grande pente. Suivant ce formalisme, le modèle de vitesse est mis à jour selon :

$$v^{k+1} = v^k + \alpha d^k, \quad (3.26)$$

où  $v$  est le modèle de vitesse et  $\alpha$  un scalaire discuté dans le prochain paragraphe.  $d$  est la direction de descente, qui est remise à jour selon :

$$d^k = -g^k + \beta_k d^{k-1}, \quad (3.27)$$

où  $\beta$  peut être déterminé selon plusieurs formules, telles que la formule de Fletcher-Reeves, Polak-Ribière ou de Hestenes-Stiefel. Ici je considère la formule de Fletcher-Reeves :

$$\beta_k = \frac{(g^k)^t (g^k)}{(g^{k-1})^t (g^{k-1})}. \quad (3.28)$$

Le symbole  $^t$  signifie la transposée. Le paramètre  $\beta_k$  dépend alors du gradient de l'itération  $k$ , ainsi que de celui de l'itération précédente ( $k - 1$ ).

La première itération est similaire à celle que l'on obtiendrait avec le gradient de plus grande pente, à savoir la direction de descente qui est l'opposée du gradient. À partir de la deuxième itération, la direction de descente est mise à jour en fonction de la précédente.

#### 3.12.2.2 Recherche du pas optimal

Dans l'équation 3.26, le coefficient  $\alpha$  est obtenu selon :

$$\alpha^{(k)} = \operatorname{argmin}_{\alpha > 0} (J(m^{(k)} - \alpha \nabla J(m^{(k)}))) \quad (3.29)$$

Il s'agit de trouver le meilleur pas de descente, appelé pas optimal. Ici, une recherche linéaire sur trois points est effectuée. Le pas initial est fixé, et noté  $\alpha_0$ . Les données sont migrées en utilisant le modèle de vitesse actuel, la fonction coût est évaluée et notée  $y_1$ . Une seconde migration est alors effectuée avec un pas de  $2 \alpha_0$ . La fonction coût s'écrit alors  $y_2$ . En considérant la valeur de la fonction coût avec le modèle de l'itération précédente (correspondant à  $0 \alpha_0$ ), qui a pour

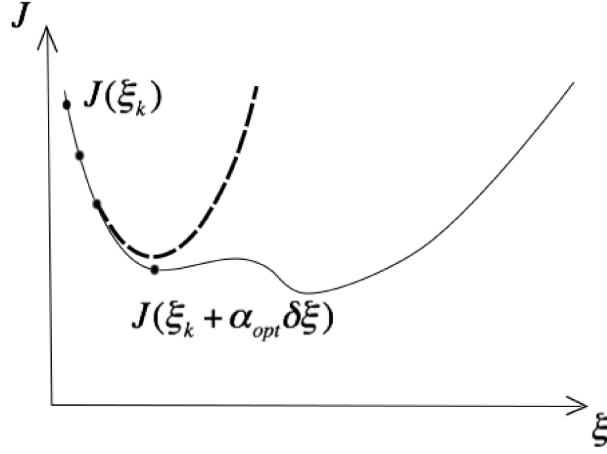


FIGURE 3.33 – Recherche linéaire consistant à ajuster une parabole entre trois points.  $\xi_k$  représente la réflectivité,  $\delta\xi_k$  la perturbation de réflectivité.

valeur  $y_0$ , alors l'équation de la parabole qui lie ces trois points est obtenue selon :

$$y = y_0 \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} + y_1 \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} + y_2 \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)}, \quad (3.30)$$

avec  $x_0 = 0, x_1 = 1$  et  $x_2 = 2$ .

Le minimum de cette parabole correspond au pas optimal, donné par :

$$\alpha_{opt} = \left( \frac{\frac{3y_0}{2} - 2y_1 + \frac{y_2}{2}}{y_0 - 2y_1 + y_2} \right) \alpha_0. \quad (3.31)$$

Si la courbure est positive, alors le dénominateur de l'équation 3.31 est positif. Dans le but de stabiliser l'inversion, une valeur maximum pour  $\alpha$  est imposée (typiquement  $15 \alpha_0$ ).

### 3.12.2.3 Préconditionneur sur le gradient

Le preconditionneur sur le gradient est une régularisation qui permet de diriger la solution vers notre connaissance a priori du modèle et potentiellement d'accélérer la convergence (Fichtner, 2010). La pratique la plus courante est le lissage du gradient, qui consiste à appliquer un filtre basse fréquence avant de l'utiliser dans la mise à jour du modèle. En analyse de vitesse par migration, le modèle recherché contient uniquement les variations grandes échelles. Ainsi, il est préférable, au moins dans les premières itérations, d'avoir des mises à jour lisses du modèle de vitesse.

Un preconditionneur supplémentaire peut être appliqué, car le gradient a tendance à avoir de très grandes valeurs proches des sources et des récepteurs (Fichtner, 2010). Ainsi, Igel et al. (1996), par exemple, multiplient le gradient par l'inverse de la divergence géométrique.

## Préconditionneurs

Dans les gradients obtenus dans la Figure 3.17 de l'article, la partie peu profonde est la

plus énergétique. Cela signifie que, si aucun préconditionneur n'est appliqué, alors la partie peu profonde sera mise à jour, au détriment de la partie plus profonde. Or, en cas de modèle initial trop lent, les écarts de vitesse sont plus importants dans la partie plus profonde, tout comme les vitesses augmentent en général avec la profondeur. La divergence géométrique du signal avec la profondeur a en effet besoin d'être compensée. Deux types de pondération peuvent être appliqués :

- sur les données, afin de réduire ou augmenter le poids des dernières arrivées (Asnaashari et al., 2013). Ici, cette pondération a été directement introduite dans la fonction coût formulée dans le domaine des données, comme proposée par Jin et al. (1992).
- sur le modèle de vitesse. De manière similaire aux poids appliqués en électromagnétisme (Plessix and Mulder, 2008) ou en gravimétrie (Li and Oldenburg, 1998), nous approximations en 2-D la correction d'amplitude complète due aux termes sources et récepteurs combinés par  $\frac{1}{z^2}$ , où  $z$  est la profondeur (Figure 3.18c).

### Pondération sur les données

La pondération sur les données est ici en fait une pondération sur les images migrées. Si la fonction coût dans le domaine image s'écrit :  $J = 1/2||AI||^2$ , le terme classique est  $A = h$ . Un préconditionneur peut être appliqué, ainsi  $A = hP$ . L'adjoint s'écrit :

$$\lambda_I = \frac{\partial J}{\partial I} = h^t P^t P h I. \quad (3.32)$$

Un préconditionneur classique est tel que  $P = z$ , où  $z$  est la profondeur. L'erreur propagée  $\lambda_I$  (dont le calcul peut se trouver dans l'Annexe de l'article) sera alors égale à  $h^2 z^2 I$ .

Une comparaison des gradients obtenus pour les vitesses de 2000 m/s et 3000 m/s est effectuée en utilisant la migration classique avec et sans pondération. Pour la vitesse de 2000 m/s, les deux gradients sont assez proches (Figure 3.34), ce qui s'explique de la même manière que lors de la comparaison de la migration classique et de celle quantitative. Dans le cas du modèle trop rapide, l'introduction du préconditionneur permet de mettre à jour le modèle plus profond. Cependant, il semble que l'énergie ne soit pas associée à de l'énergie physique. Toutefois, cette introduction facilite l'inversion et permet potentiellement d'effectuer une inversion, ce qui n'est pas le cas quand aucun préconditionneur sur les données n'est appliqué, car seules les vitesses en surface sont remises à jour (Figure 3.35).

### Le préconditionnement sur le modèle de vitesse

Un poids utilisé généralement est  $\frac{1}{z}$ . Nous notons le préconditionneur  $Q = z$  ( $z$  est la profondeur). Le modèle de vitesse préconditionné est noté  $\tilde{v}$ . Il est tel que  $\tilde{v} = Q^{-1}v$ .

Les données sont tout d'abord migrées en utilisant la vitesse  $v$  (vitesse physique). La fonction coût reste la même, à savoir  $\tilde{J}[\tilde{v}] = J[v]$ . La dérivée de la fonction coût est alors :

$$\frac{\partial \tilde{J}}{\partial \tilde{v}} = \frac{\partial v}{\partial \tilde{v}} \frac{\partial J}{\partial v}. \quad (3.33)$$

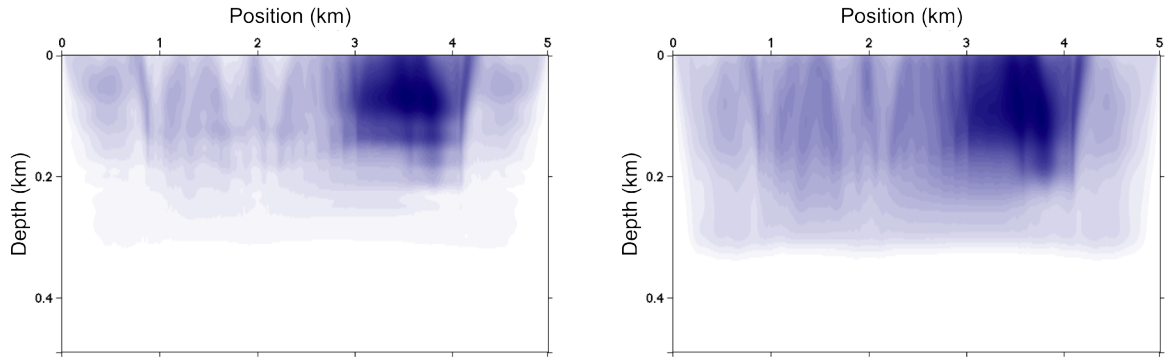


FIGURE 3.34 – Gradient obtenu en utilisant un modèle trop lent (2000 m/s) avec la migration classique (à gauche) et avec la migration classique, avec l'introduction du préconditionneur sur les données (à droite).

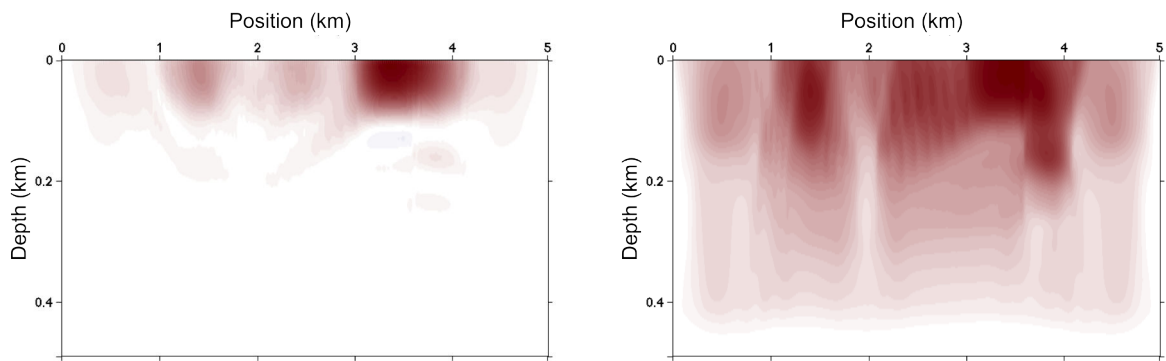


FIGURE 3.35 – Gradient obtenu en utilisant un modèle trop rapide (3000 m/s) avec la migration classique (à gauche) et avec la migration classique, avec l'introduction du préconditionneur sur les données (à droite).



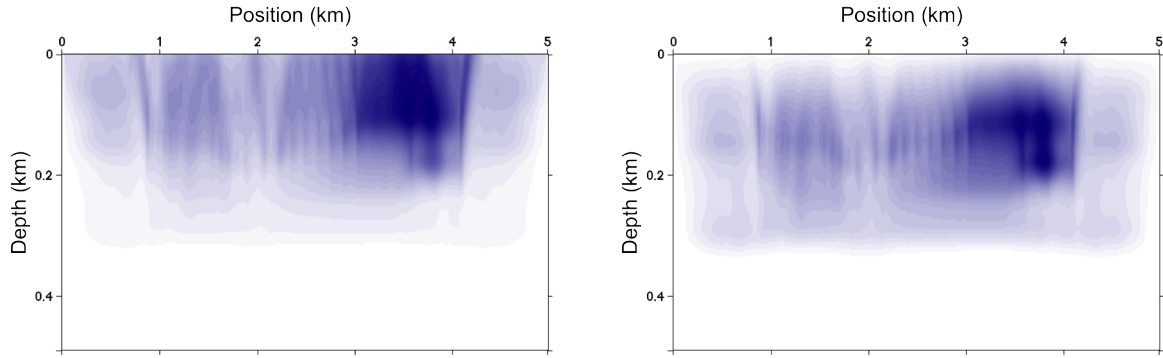


FIGURE 3.36 – Gradient obtenu en utilisant un modèle trop lent (2000 m/s) avec la migration quantitative sans (à gauche) et avec préconditionneur appliqué sur le modèle (à droite)

Or, étant donné que  $\frac{\partial v}{\partial \tilde{v}} = Q$ , on obtient :

$$\frac{\partial \tilde{J}}{\partial \tilde{v}} = Q \frac{\partial J}{\partial v}. \quad (3.34)$$

La mise à jour du modèle est effectuée selon :

$$\tilde{v} := \tilde{v} - \alpha Q \frac{\partial J}{\partial v}. \quad (3.35)$$

Finalement, le modèle physique est obtenu par  $v = Q\tilde{v}$ , et les données sont migrées dans ce modèle mis à jour.

Ici on compare le gradient obtenu par migration quantitative obtenu avec le modèle trop lent, avec et sans préconditionneur sur le modèle. Une pondération sur les données a un effet différent d'un préconditionneur, comme le montre la Figure 3.36. Ici, l'énergie forte près des sources est largement atténuée par le préconditionneur sur le modèle.

Après l'application de ce préconditionneur sur le modèle, le gradient est lissé afin de garder le caractère lisse du modèle de vitesse, qui doit contenir uniquement les variations à grande échelle.

### Lissage du gradient

Afin de lisser le gradient pour une remise à jour du modèle de vitesse contenant les grandes longueurs d'ondes, un filtre gaussien est introduit, en raison de sa capacité à prendre en compte des lissages préférentiels dans une direction donnée. Il s'agit d'un filtre passe-bas, qui n'introduit pas d'artefacts haute fréquence. Sa formulation classique est :

$$G_\sigma = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\left(\frac{x^2+z^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (3.36)$$

où  $\sigma$  est la déviation standard, contrôlant le lissage. Différentes valeurs de  $\sigma$  sont testées sur le gradient obtenu après application du préconditionneur sur le modèle. L'objectif est de trouver un compromis entre le caractère lisse et la préservation de l'information. En raison des effets verticaux sur les gradients, le gradient est plus sévèrement lissé latéralement que verticalement.

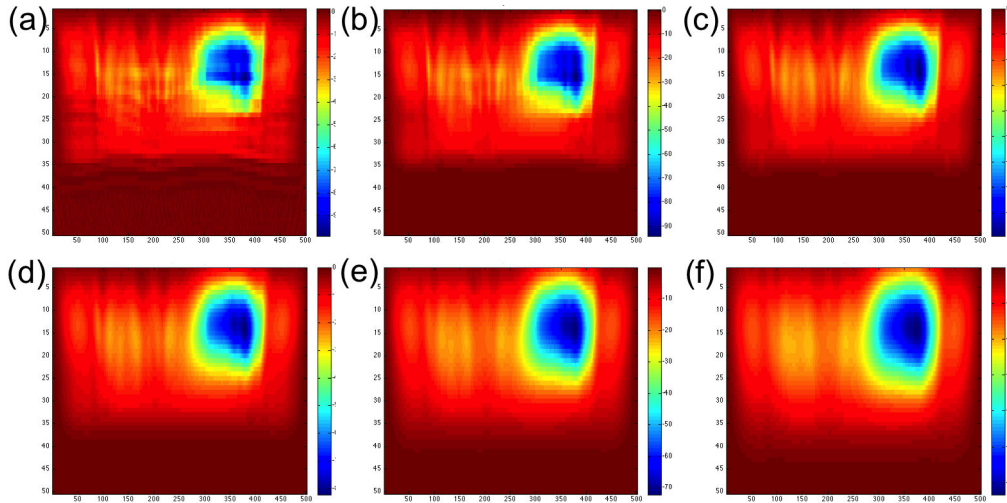


FIGURE 3.37 – Tests de  $\sigma$  ; (a) gradient brut, (b)  $\sigma = 10\text{ m}$ , (c)  $\sigma = 20\text{ m}$ , (d)  $\sigma = 30\text{ m}$ , (e)  $\sigma = 50\text{ m}$ , (f)  $\sigma = 100\text{ m}$ .

Le filtre Gaussien a une taille de 150 m par 150 m. Les déviations standards sont de 10, 20, 30, 50 et 100 m. Les applications sur le gradient préconditionné (Figure 3.36b) sont présentées sur la Figure 3.37. Il s'agit de trouver un compromis entre la volonté d'avoir un gradient lisse et ne pas perdre trop d'information sur le gradient. Ainsi, après étude des tests (Figures 3.37 et 3.38), la valeur  $\sigma = 20\text{ m}$  est adoptée, et le lissage est deux fois plus fort latéralement que verticalement. Nous pouvons souligner le fait que le filtre de lissage n'est pas un préconditionneur car non inversible.

### 3.12.3 Résultats d'inversion

Dans cette partie, je présente différents résultats d'inversion selon trois principaux tests à partir du modèle hétérogène présenté Figure 3.14 :

- la migration classique
- la migration classique où une pondération sur les données est appliqué
- la migration quantitative

Comme premier test, afin de tester les différentes formulations de migration présentées, je migre les données en utilisant les différentes formulations dans le modèle qui a été utilisé pour modéliser les données observées. Dans le cas idéal, l'énergie sur les CIGs devrait être focalisée autour de l'offset en profondeur nul.

#### 3.12.3.1 Modèle exact

Les CIGs aux positions en surface  $x = 1\text{ km}$ ,  $x = 2\text{ km}$  et  $x = 3\text{ km}$  pour la migration classique sans et avec pondération sur les données, ainsi que pour la migration quantitative, respectivement Figure 3.39, Figure 3.40 et Figure 3.41.

De façon similaire aux CIGs obtenus pour des modèles trop lents ou trop rapides, les artefacts sont largement atténués par la migration quantitative. L'introduction de la pondération sur les

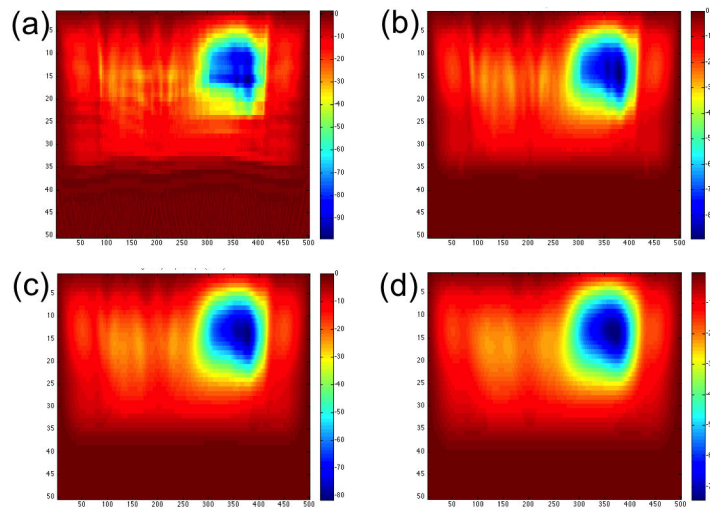


FIGURE 3.38 – Tests du caractère asymétrique du lissage ; (a) gradient brut, (b) lissage symétrique, (c) asymétrique  $\times 2$  et (d) asymétrique  $\times 4$  (plus fort latéralement que verticalement).

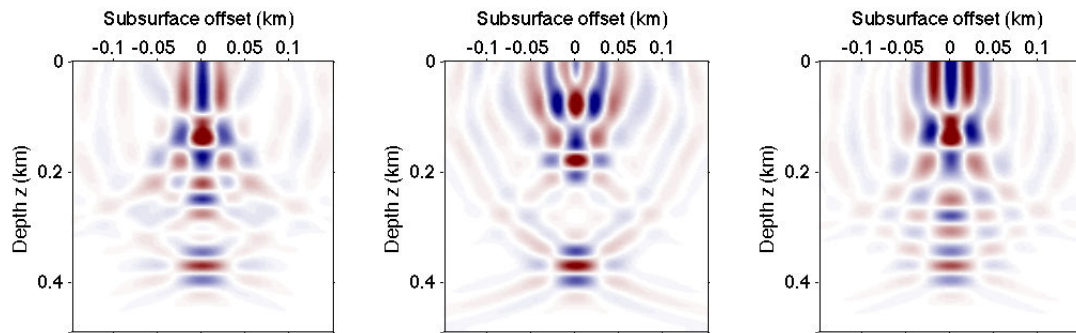


FIGURE 3.39 – CIGs à  $x = 1$  km,  $x = 2$  km et  $x = 3$  km obtenus avec le modèle de vitesse correct en utilisant la migration classique.

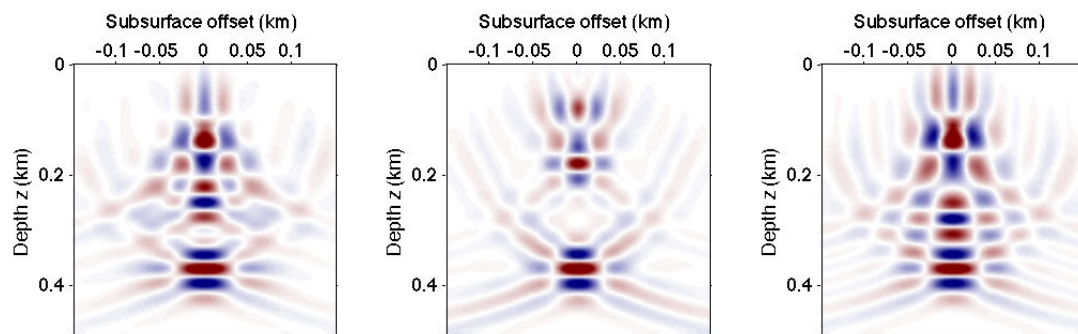


FIGURE 3.40 – CIGs à  $x = 1$  km,  $x = 2$  km et  $x = 3$  km obtenus avec le modèle de vitesse correct en utilisant la migration classique avec la pondération.

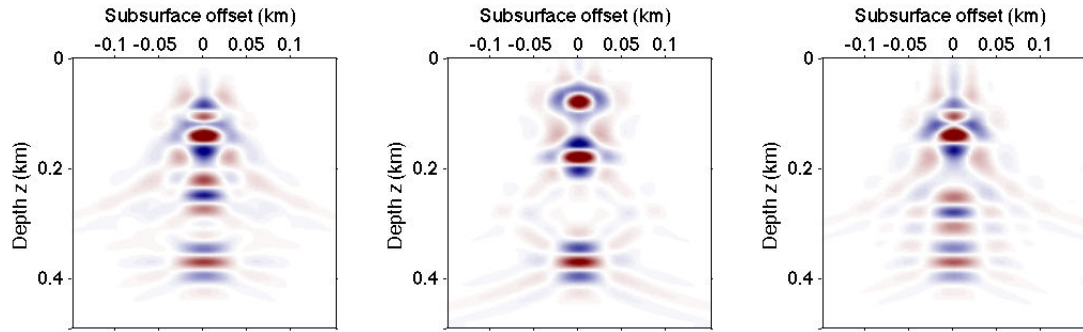


FIGURE 3.41 – CIGs à  $x = 1$  km,  $x = 2$  km et  $x = 3$  km obtenus avec le modèle de vitesse correct en utilisant la migration quantitative.

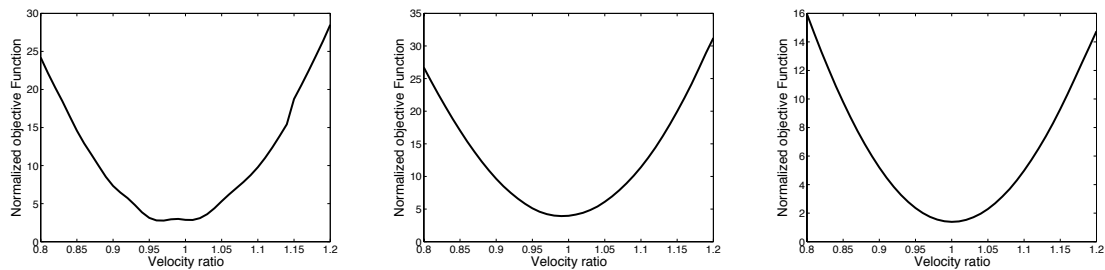


FIGURE 3.42 – Évolution de la fonction coût  $J$  en fonction de vitesses proches de la vitesse correcte. À gauche, une migration classique est considérée, au milieu la migration classique avec une pondération sur les données et à droite, la migration quantitative.

données permet de renforcer le signal plus profond, tout en atténuant la partie superficielle. Les artefacts se situant dans la zone proche surface, cela permet de favoriser la convergence vers le bon modèle, comme montré sur la fonction coût représentée pour des modèles de vitesse proches du modèle exact (rapport des vitesses de migration et de celle correcte compris entre 0.8 et 1.2) sur la Figure 3.42. Les oscillations sur cette courbe sont en effet atténuées par l'introduction de la pondération sur les données et la migration quantitative.

La réflectivité obtenue (en  $h = 0$ ) en migrant dans le modèle exact, en considérant les différentes migrations, est représentée sur la Figure 3.43.

Je présente les résultats obtenus en prenant comme modèle initial le modèle homogène à 2000 m/s, puis un modèle à gradient. En effet, au vu du résultat du gradient pour la vitesse de migration de 3000 m/s, il est inutile d'essayer d'obtenir un résultat d'inversion convenable (Figure 3.35). Les résultats de gradient avec le modèle à 2000 m/s étant assez proches (Figure 3.34), nous allons comparer les résultats d'inversion obtenus avec des migrations différentes. Dans les trois cas de migration, le préconditionneur sur le modèle est appliqué.

### 3.12.3.2 Modèle initial à 2000 m/s

#### Migration classique

Une inversion en considérant la migration classique a été effectuée et les résultats de CIGs à

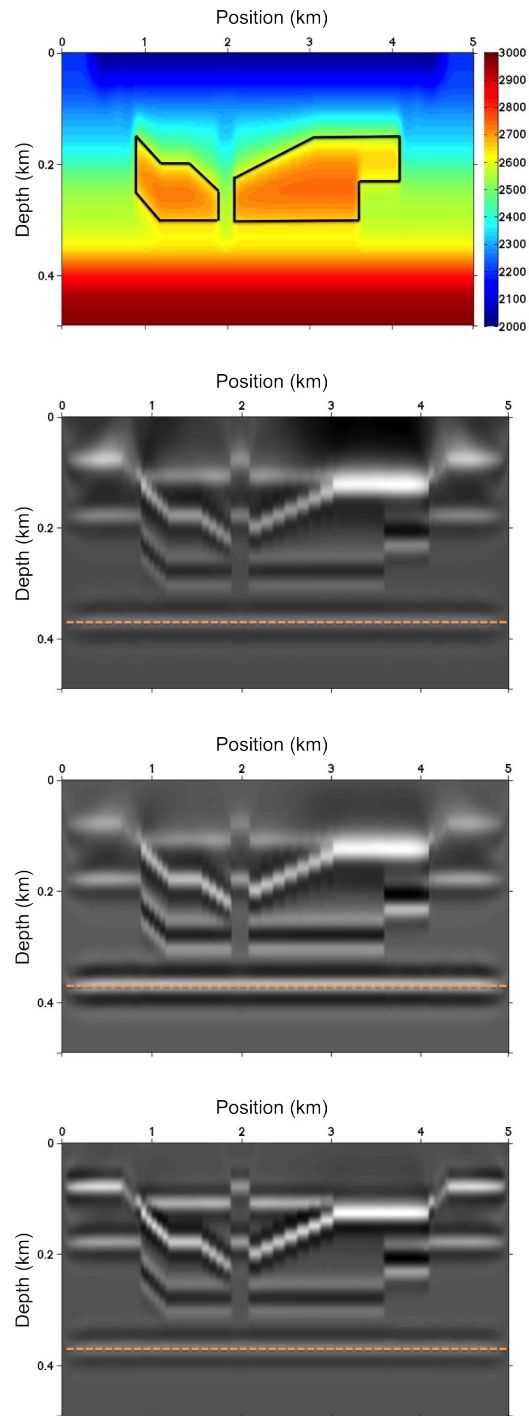


FIGURE 3.43 – Modèle de vitesse correct lissé et images migrées associées en utilisant la migration classique, la migration classique avec pondération et la migration quantitative (de haut en bas)

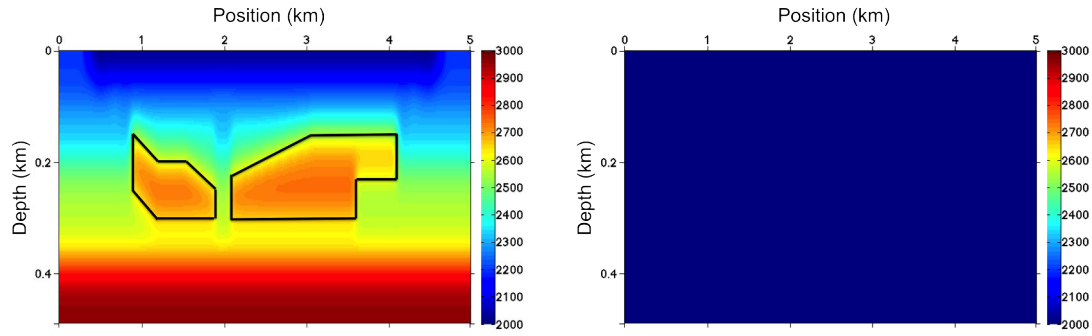
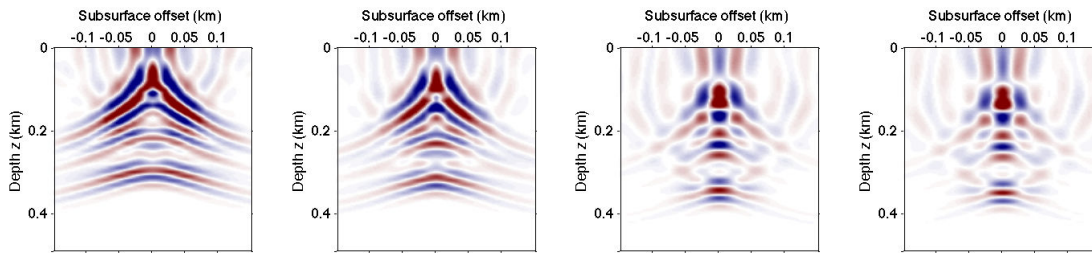


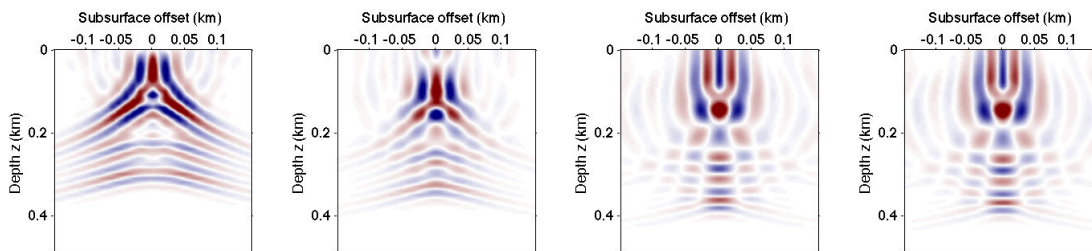
FIGURE 3.44 – Modèle de vitesse correct lissé et modèle initial homogène à 2000 m/s

FIGURE 3.45 – CIG à  $x = 1$  km en utilisant la migration classique à l'itération 1, 5, 9 et 13, respectivement de gauche à droite.

$x = 1$  km et  $x = 3$  km sont représentés respectivement sur les Figures 3.45 et 3.46. La variation de la fonction coût en fonction des itérations est présentée en Figure 3.47. En utilisant la migration classique, les artefacts perturbent l'inversion ; en effet quelque soit le modèle de vitesse utilisé lors de la migration, les artefacts apparaissent sur les CIGs.

### Migration classique avec la pondération appliquée sur les données

L'introduction de la pondération sur les données permet de renforcer l'amplitude du signal profond, et ainsi atténuer les artefacts situés dans la zone superficielle du CIG. Cependant, les artefacts associés aux réflecteurs profonds ne sont pas atténués.

FIGURE 3.46 – CIG à  $x = 3$  km en utilisant la migration classique à l'itération 1, 5, 9 et 13, respectivement de gauche à droite.



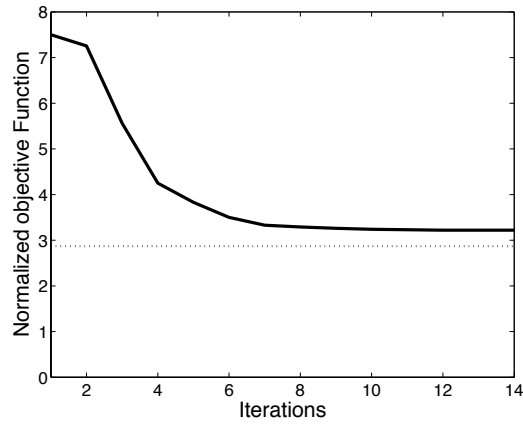


FIGURE 3.47 – Évolution de la fonction coût  $J$  en fonction des itérations. En pointillés est représentée la fonction coût obtenue en migrant dans le bon modèle de vitesse.

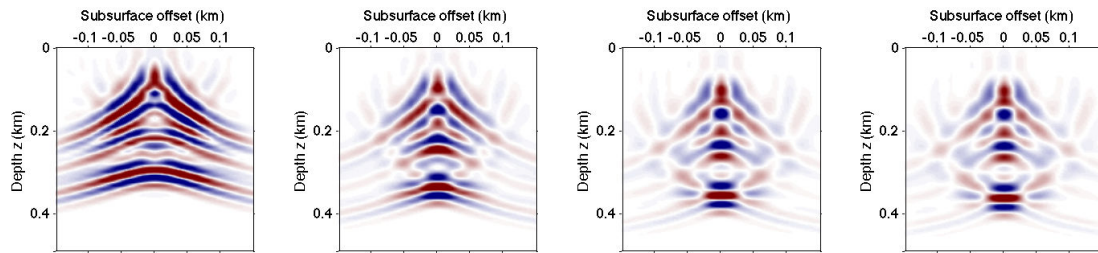


FIGURE 3.48 – CIG à  $x = 1$  km en utilisant la migration classique avec pondération sur les données à l'itération 1, 5, 9 et 13, respectivement de gauche à droite.

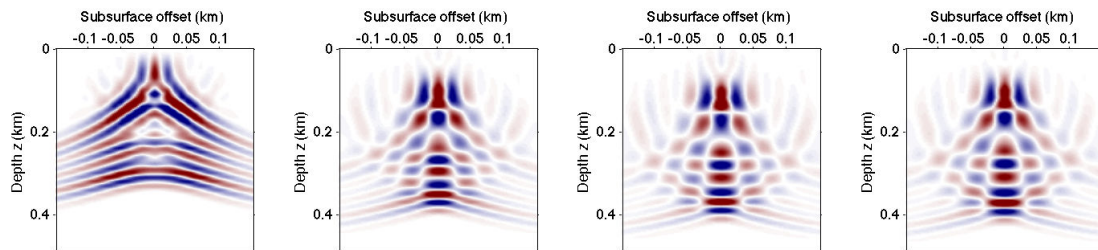


FIGURE 3.49 – CIG à  $x = 3$  km en utilisant la migration classique avec pondération sur les données à l'itération 1, 5, 9 et 13, respectivement de gauche à droite.

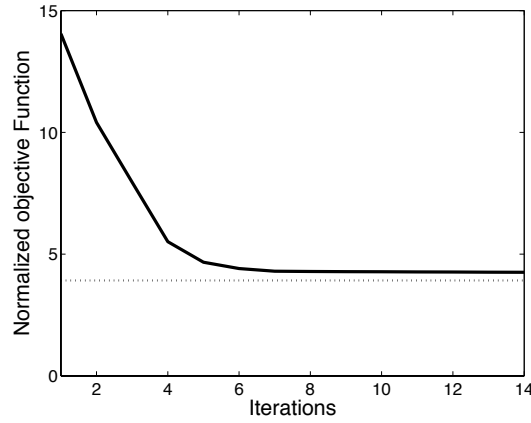


FIGURE 3.50 – Évolution de la fonction coût  $J$  en fonction des itérations. En pointillés est représentée la valeur de la fonction coût obtenue en migrant dans le bon modèle de vitesse.

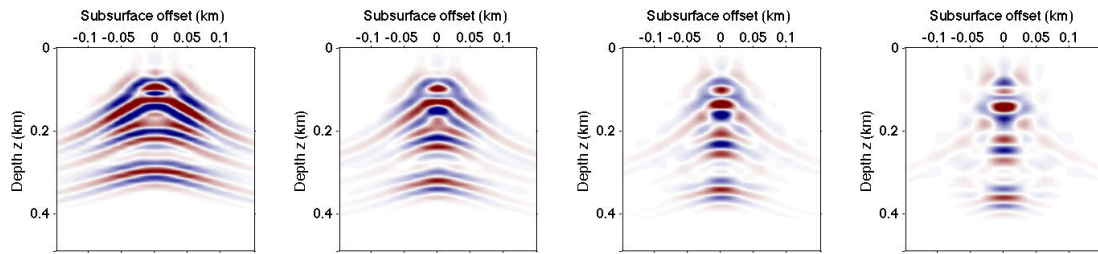


FIGURE 3.51 – CIG à  $x = 1$  km en utilisant la migration quantitative à l'itération 1, 5, 9 et 13, respectivement de gauche à droite.

### Migration quantitative

Une inversion à l'aide de la migration quantitative a été effectuée et les résultats sur les CIGs à  $x = 1$  km et  $x = 3$  km sont représentés respectivement sur les Figures 3.51 et 3.52. La migration quantitative permet de focaliser pleinement l'énergie autour de l'offset en profondeur nul. La fonction coût (Figure 3.53) atteint une valeur très inférieure à celles obtenues dans le cas de la migration classique avec ou sans pondération (respectivement la moitié et le tiers de la valeur).

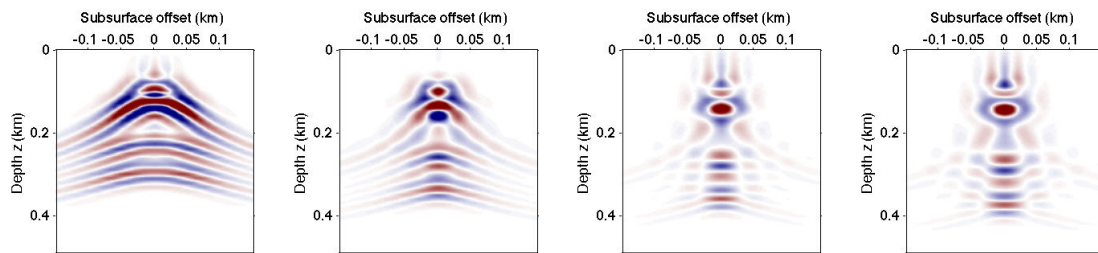


FIGURE 3.52 – CIG à  $x = 3$  km en utilisant la migration quantitative à l'itération 1, 5, 9 et 13, respectivement de gauche à droite.



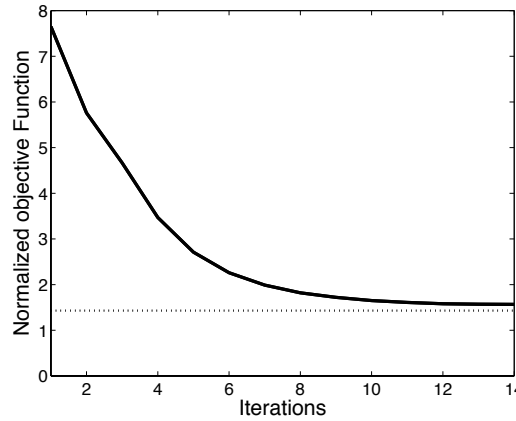


FIGURE 3.53 – Évolution de la fonction coût  $J$  en fonction des itérations. En pointillé est représentée la fonction coût obtenue en migrant dans le bon modèle de vitesse.

### Modèles de vitesse et images migrées associées

La réflectivité « physique » (correspondant au volume image à l'offset en profondeur nul) obtenue en migrant dans le modèle à 2000 m/s est représentée sur la Figure 3.54. Les modèles après inversion sont montrés sur la Figure 3.55. Le meilleur résultat est obtenu pour la migration quantitative (bas de la Figure 3.55). Le réflecteur profond est mieux focalisé et plus proche de la bonne profondeur (ligne orange sur les Figures de réflectivité).

Le test présenté dans cette partie utilise les mêmes paramètres que ceux de l'article, en particulier le modèle initial homogène. Dans la prochaine partie, le modèle initial est un gradient de vitesse, plus proche du modèle synthétique.

#### 3.12.3.3 Modèle initial à gradient

Le modèle initial est un gradient linéaire de vitesse 2000 m/s à la surface et 3000 m/s à la profondeur maximale du modèle. Il est présenté, ainsi que le modèle synthétique correct, sur la Figure 3.56.

Les CIGs initiaux et après inversion à la position  $x = 3$  km sont présentés sur la Figure 3.57. Si les CIGs initiaux sont mieux focalisés du fait de l'erreur plus faible sur le modèle de vitesse initial, les mêmes conclusions que dans le cas précédent s'appliquent.

Les modèles de vitesse obtenus après inversion sont présentés sur la Figure 3.58. Les deux anomalies de vitesse plus forte (entourées en noir) apparaissent à la bonne profondeur dans le cas de la migration quantitative, ce qui n'est pas le cas dans les deux autres formulations. De plus, dans la migration classique, la proche surface est perturbée, et dans la migration classique avec la pondération appliquée, la partie profonde est perturbée, ce qui n'est pas le cas avec la migration quantitative.

Ce qui est étonnant à première vue est qu'après inversion, on réussit avec la migration classique (avec ou sans pondération) à obtenir des valeurs inférieures de fonction coût  $J$  (équation 3.25) à celle obtenue quand on migre dans le bon modèle (en pointillés dans la Figure 3.59). Avec la migration quantitative, les valeurs sont toujours supérieures à cette valeur référence, et la fonction

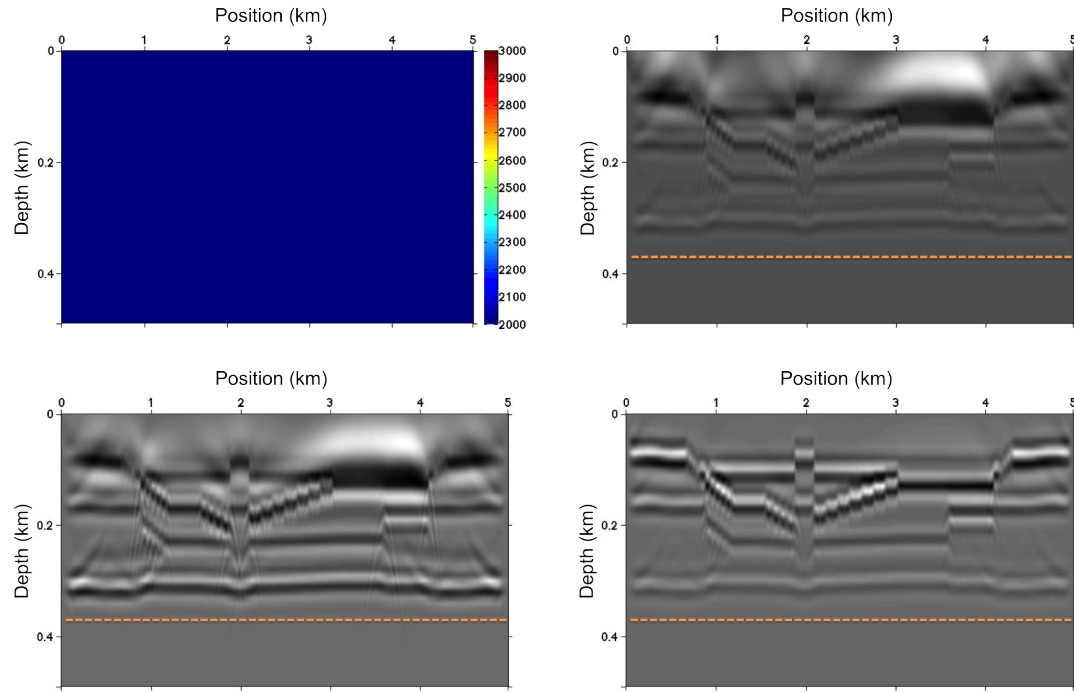


FIGURE 3.54 – Modèle de vitesse initial (2000 m/s) et images migrées associées en utilisant la migration quantitative, la migration classique avec pondération sur les données et la migration quantitative (de gauche à droite)

coût tend vers cette valeur optimale au cours des itérations. Cela signifie que dans les deux cas de migration classique, la fonction coût n'est pas minimale pour le bon modèle de vitesse, ce qui est cohérent avec le test sur modèle homogène (Figure 3.3).

### 3.13 Conclusion du chapitre

Suivant la philosophie de la « *tomographie en diffraction rai+Born* » ou la « *migration en profondeur à amplitude préservée* », j'ai présenté dans ce chapitre l'extension de la migration quantitative au cas de l'offset en profondeur. En raison de l'introduction de ce paramètre indépendant de l'acquisition, le changement de variable entre domaine des données et domaine image est naturel, sans besoin d'introduire une variable supplémentaire (telle que l'angle d'ouverture). À partir d'une analyse micro-locale autour d'un point et de l'offset en profondeur associé, une pondération est obtenue par tracé de rais, dans le but de rendre le Hessien proche de l'identité au sens asymptotique. L'extension à l'équation d'ondes est discutée dans le **Chapitre 6**. Introduite dans le cas d'un modèle homogène simple, la migration quantitative permet de réduire les artefacts de migration sur les CIGs et ainsi rendre les gradients fidèles à la théorie. L'élément essentiel est la compensation par l'illumination qui se traduit par un changement de variables entre les données en surface et les paramètres en profondeur (angle d'ouverture et pendage). Les mêmes résultats sont observés dans le cas du modèle hétérogène. Les artefacts sur le gradient ont été relevés sur les différents modèles et la prise en compte d'un terme erreur modifié (appelé contraction

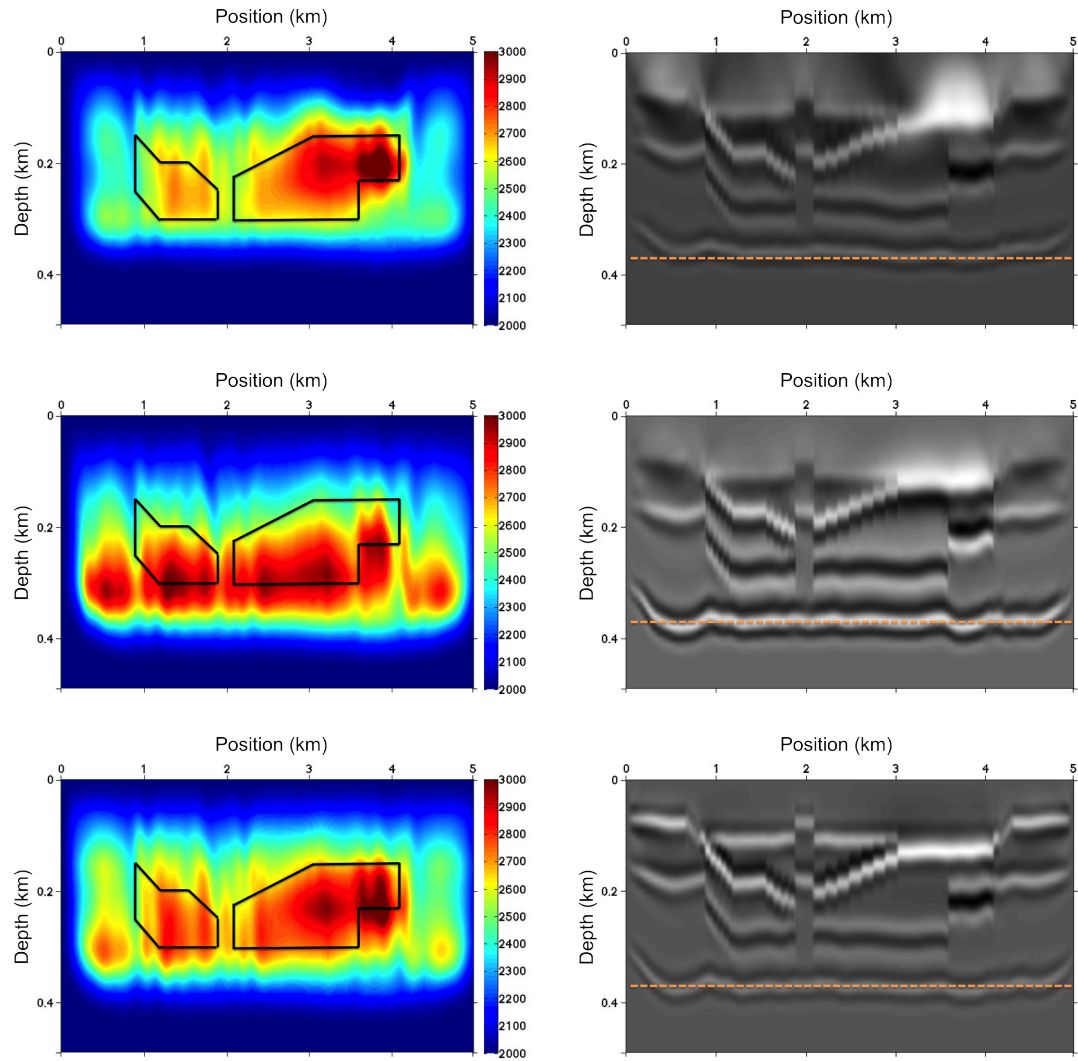


FIGURE 3.55 – Modèles de vitesse après inversion (à gauche) et images migrées associées (à droite) obtenus par migration classique (en haut), migration classique avec la pondération (au milieu) et migration quantitative (en bas).

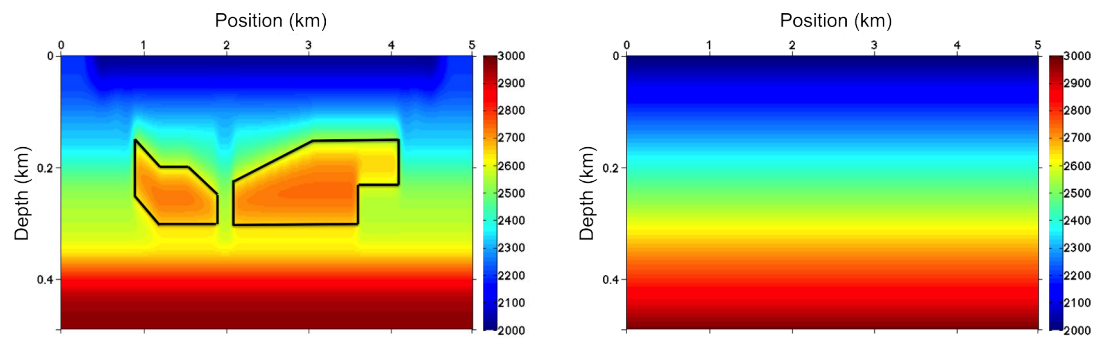


FIGURE 3.56 – Modèle de vitesse correct lissé et modèle initial à gradient

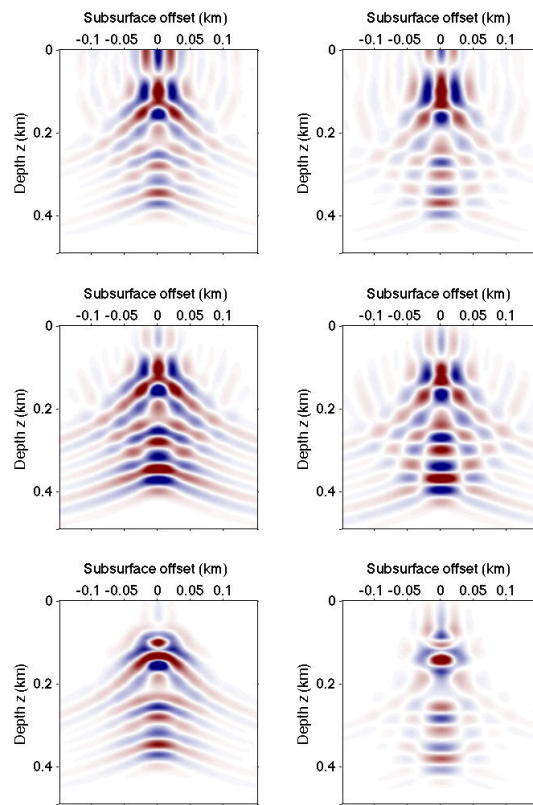


FIGURE 3.57 – CIGs initiaux (à gauche) et finaux (à droite) à  $x = 3\text{km}$  avec la migration classique (en haut), avec la pondération sur les données (au milieu) et avec la migration quantitative (en bas).

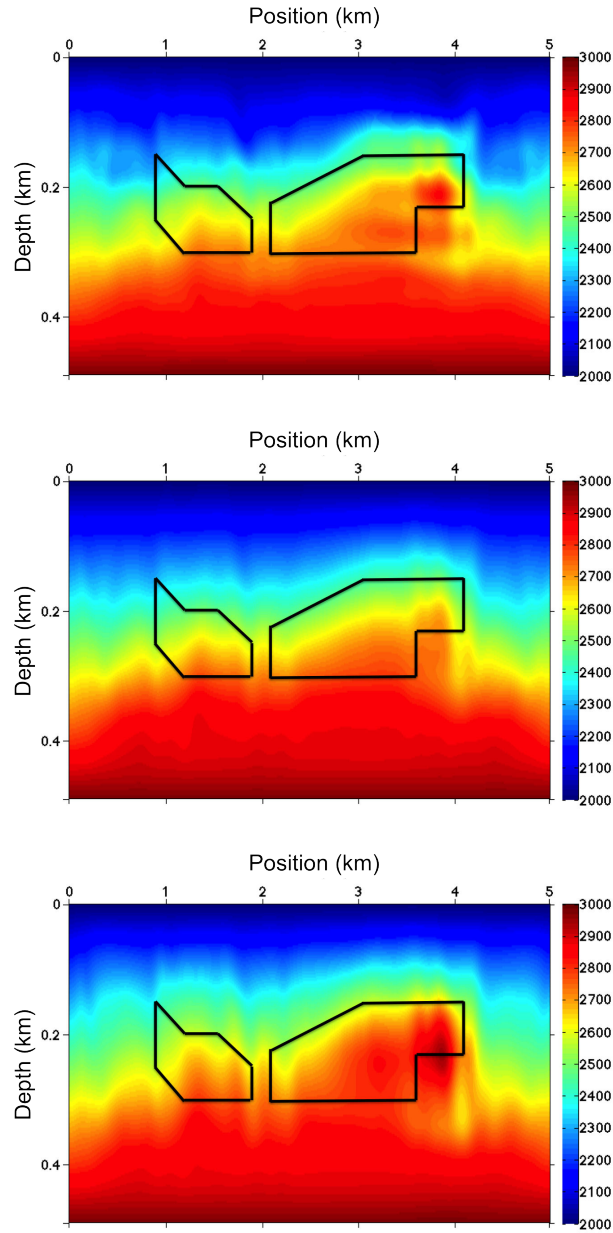


FIGURE 3.58 – Modèles de vitesse après inversion en utilisant la migration classique (en haut), avec la pondération sur les données (au milieu) et avec la migration quantitative (en bas)

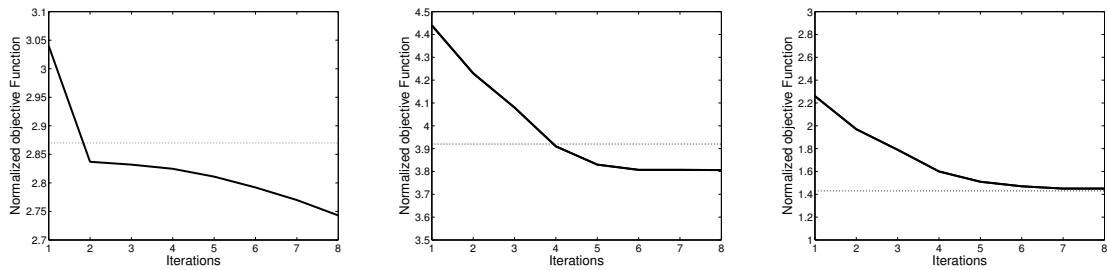


FIGURE 3.59 – Variation de la fonction coût  $J$  en fonction des itérations en utilisant la migration classique, celle avec pondération sur les données et migration quantitative (de gauche à droite). En pointillés sont représentées les fonctions coûts obtenues en migrant dans le bon modèle de vitesse.

horizontale) permet d'atténuer les artefacts au niveau des réflecteurs.

J'ai montré dans ce chapitre que la combinaison de la migration quantitative et de la prise en compte de la contraction horizontale permet d'améliorer la robustesse de l'analyse de vitesse par migration. Dans le cas du modèle hétérogène, différentes pondérations ont été testées. Si celle appliquée sur les données peut s'apparenter à la migration quantitative, cette dernière permet d'obtenir de meilleurs résultats après inversion.

Le deuxième aspect traité dans ce travail est l'introduction des ondes transmises dans l'analyse de vitesse par migration, qui est l'objet du **Chapitre 4**, présenté ci-après. Si la migration quantitative ne peut s'appliquer dans ce cas, je présente dans le **Chapitre 5**, le lien entre la migration considérée et le type d'ondes considéré afin de mettre à jour le modèle de vitesse. Dans ce même chapitre, je montre l'apport de la migration quantitative dans l'inversion de données réelles terrestres comprenant uniquement des ondes réfléchies.



## Chapitre 4

# Ondes transmises dans l'analyse de vitesse par migration

### Sommaire

4.1	Résumé . . . . .	108
4.2	Article – Introduction des ondes transmises . . . . .	109
4.3	Summary . . . . .	109
4.4	Introduction . . . . .	109
4.5	Migration Velocity analysis using reflected and transmitted waves . . . . .	112
4.5.1	Preamble on wave field modelling . . . . .	112
4.5.2	Migrating the full wave field . . . . .	112
4.5.3	Shape of the CIGs . . . . .	113
4.5.4	CIGs for subsequent migration velocity analysis . . . . .	117
4.6	Cross-well configuration . . . . .	118
4.6.1	Use of direct waves in a homogeneous medium . . . . .	121
4.6.2	Inversion of the complete wave field in a heterogeneous medium . . . . .	122
4.6.3	Reflected waves . . . . .	127
4.7	Discussion . . . . .	129
4.8	Conclusion . . . . .	130
4.9	Acknowledgements . . . . .	130
4.10	Appendix A : Shapes of events in CIGs for surface acquisition . . . . .	130
4.10.1	Reflected waves . . . . .	130
4.10.2	Direct waves . . . . .	131
4.11	Conclusion du chapitre . . . . .	131



## 4.1 Résumé

Dans ce chapitre, les ondes transmises sont introduites dans l'analyse de vitesse par migration. Le terme « ondes transmises » désigne ici les ondes directes, ainsi que les ondes plongeantes. Ce sont les ondes qui se propagent directement de la source au récepteur, sans être réfléchies dans le milieu. La partie introductive s'intéresse à l'inversion des formes d'ondes, ainsi que l'analyse de vitesse par migration. Basé sur la même modélisation selon l'approximation de Born, il est montré dans une deuxième partie que les ondes transmises peuvent être également utilisées dans l'analyse de vitesse par migration. Les CIGs associés aux ondes transmises (directes ou plongeantes) sont construits en utilisant le même formalisme que pour les ondes réfléchies. Un exemple synthétique simple montre que si le modèle de vitesse utilisé est correct, alors l'énergie ne se focalise pas en un point (car non associée à un réflecteur), mais dans une zone correspondant à la pénétration des ondes transmises. Dans le cas d'un modèle de vitesse incorrect, l'énergie est défocalisée sur les CIGs, et peut donc être utilisée pour la remise à jour du modèle de vitesse superficiel.

Les ondes transmises sont ensuite utilisées dans une acquisition verticale entre puits : les sources se trouvent dans un puits et les récepteurs dans un autre. Les ondes directes illuminent alors d'une manière satisfaisante le milieu se trouvant entre ces puits. En raison de cette configuration verticale, les CIGs présentent une forte énergie sur toute la profondeur du modèle. Cette énergie se focalise autour d'un offset en profondeur, qui dépend de la vitesse du modèle de vitesse utilisé. Si ce modèle est correct, alors l'énergie est focalisée autour de l'offset en profondeur nul. Dans le cas contraire, l'énergie est localisée autour d'offsets en profondeur non nuls. Plus le modèle est éloigné de celui synthétique, plus l'énergie est localisée autour d'offsets en profondeur grands. Ainsi, une fonction coût similaire à celle introduite dans le cas d'acquisition en surface peut alors être utilisée. Cette méthode est validée sur des modèles synthétiques homogènes et hétérogènes. Dans le cas du milieu hétérogène, une inversion considérant un modèle initial homogène éloigné du modèle synthétique, permet de retrouver une couche présentant une vitesse élevée et permettant d'expliquer la cinématique de propagation des ondes directes.

Les ondes réfléchies peuvent également être considérées, afin de donner une illumination différente du milieu. Les CIGs associés sont similaires à ceux obtenus dans une acquisition en surface, avec une rotation de  $90^\circ$  due à la configuration verticale. De plus, l'énergie n'est pas centrée autour de l'offset en profondeur nul. Cette énergie peut être utilisée comme complément de l'énergie associée aux ondes directes. Un schéma hiérarchique peut alors considérer en premier lieu les ondes directes, puis raffiner le modèle avec l'introduction des ondes réfléchies.

## 4.2 Article – Introduction des ondes transmises

### Extension of Migration Velocity Analysis to transmitted wave fields

Charles-Antoine Lameloise and Hervé Chauris

MINES Paristech, PSL – Research University,  
Centre de Géosciences, 35 rue St Honoré 77300 Fontainebleau, France.

*Submitted to Geophysical Journal International*

## 4.3 Summary

Migration Velocity Analysis aims at automatically updating the large scale components of the velocity model, called macromodel. Extended Common Image Gathers are panels used to evaluate focusing after imaging and are constructed as a function of a spatial shift introduced in the imaging condition. For simple models, the events exhibit characteristic shapes associated to incorrect velocity. The method is intrinsically related to reflected waves. Transmitted waves (direct and diving energy), are not taken into account, although they have high energy in seismograms. For example, they are useful in Full Waveform Inversion to update the shallow part of the model. We investigate how transmitted waves can also be used in Migration Velocity Analysis : instead of back-propagating the residuals associated to reflected waves, we propose to back-propagate the full wave field. The image function, equivalent of the migrated section for reflected data does not exhibit localised events in space along horizons but is still sensitive to the choice of the background velocity model and can thus be coupled to the same objective function defined in the image domain. In order to enhance the benefits of direct waves, we consider a cross-well configuration. Direct waves provide a large illumination between two vertical wells. Associated Common Image Gathers present different characteristics than the ones associated to reflected waves in surface acquisition. In particular, energy is spread over up to the maximum penetration depth. An application on a cross-well synthetic data set confirms the possibility to use the full wave field, here dominated by transmitted waves. Reflected waves provide complementary information as they offer a different illumination of the subsurface.

## Key words

Migration Velocity Analysis – Transmitted waves – Full wave field – Cross-well Seismic Profiling

## 4.4 Introduction

In exploration geophysics, Full Waveform Inversion (FWI) defines a non-linear inverse problem in the data domain, seeking to minimise the least-squares differences between observed and simulated data (Tarantola, 1984). By construction, FWI considers the full wave field and does not

need in principle to extract specific waves such as reflected waves. FWI is capable of dealing with complex models and of delivering high resolution images (Virieux and Operto, 2009; Fichtner, 2010). With the development of high performance computing, FWI entered in a new area in 2010 with the first successful 3d applications on real data (Plessix et al., 2010; Sirgue et al., 2010). In practice, FWI still faces challenges. In particular, the associated objective function is highly nonlinear with respect to model parameters (Bunks et al., 1995). These local minima prevent gradient-based techniques to always converge towards the global minimum. Several strategies have been developed to mitigate the nonlinearity (Virieux and Operto, 2009), mainly the use of low frequency data (Claerbout, 1985; Mora, 1989; Pratt et al., 1996) and of diving waves recording at large offsets (Shipp and Singh, 2002; Sirgue et al., 2010). A second challenge for FWI is to properly handle reflections (Mora, 1989). Among others, Plessix et al. (1995); Alkhalifah (2015); Brossier et al. (2015); Zhou et al. (2015) have proposed strategies to turn reflections in a tomographic mode and not in a migration mode.

The derivation of the low frequency part of the velocity model, i.e. containing the long wavelength structures, still remains a major challenge. This velocity model explains the kinematics of wave field propagation. It can then be used for subsequent high resolution inversion, i.e. FWI to retrieve the detailed geological structures, in particular when low frequencies or large offsets are not recorded. Formulated in the image domain, several Migration Velocity Analysis (MVA) methods are alternatives to FWI to derive this macromodel, often called background velocity model. Some techniques need a picking process (Sava, 2000), others are automatic. The principle behind MVA is to construct a model such that associated migrated images are consistent. The stacking power approach (maximisation of the semblance) has been extensively studied, but the objective function may contain secondary minima for incorrect initial velocity models and a global optimisation may be needed except close to the solution (Chauris and Noble, 2001). Among the approaches using local optimisation techniques, Differential Semblance Optimization approach (DSO), introduced by Symes and Carazzone (1991), exhibits a smooth behaviour with respect to velocity variations. In this method, the residual moveout due to an incorrect background velocity model is locally analysed. Historically, the surface-oriented formulation has been introduced, where the redundancy of acquisition parameters (for example surface offset) is used to obtain an image for each sub-ensemble, called Common Image Gather (CIG). Computed as a function of this redundant parameter, the CIGs display horizontal events in case of correct migration velocity, as all independent images are expected to be consistent (Al-Yahya, 1989; Chauris and Noble, 2001; Symes, 2008b). A more recent formulation of DSO considers the full stacked migrated image. An additional parameter is introduced in the imaging condition, independent of the acquisition parameters. The dimension of the image domain is the same as the original data domain to preserve information, even for an incorrect velocity model. As the size of the image domain becomes larger, we refer to the non physical extended models (Symes, 2008b). This extra parameter can be a time-lag (Sava and Fomel, 2006; Yang and Sava, 2011), scattering angle (Rickett and Sava, 2002; Sava and Fomel, 2003) or a spatial shift (Shen et al., 2003; Sava and Vasconcelos, 2011; Hou and Symes, 2015). In this study, we consider the horizontal spatial shift, called subsurface offset (Shen et al., 2003; ten Kroode, 2012; Mulder, 2014). Horizontal events in

CIGs from surface-oriented DSO are replaced by a focusing at the zero subsurface offset in case of a correct velocity, meaning that energy is contained within the physical domain.

By definition, MVA is based on migration. It relies on Born approximation, where the velocity model is split into a smooth component (with a non linear dependence with respect to the data) and a high frequency part (with a linear dependence via the migration operator). This is thus usually restricted to reflected data, where the reflectivity function is defined as the relative perturbation of the velocity model (Symes, 2008b; Blazek et al., 2013). The modelling operator maps the high frequency velocity perturbation to the time reflectivity data, whereas the migration operator is defined as the adjoint of the modelling one. With an accurate migration velocity, energy in CIGs is focused around the zero subsurface offset. In case of an inaccurate model, energy is spread over the panel, following shapes that can be explained by ray theory for simple structures (Mulder, 2014). This energy is then penalised by an objective function defined in the migrated domain. Contrary to FWI, this objective function is not affected by cycle-skipping, being based on the correlation between the source and the receiver fields, and not based on differences between observed and predicted fields (Chauris and Noble, 2001; Diaz et al., 2013). The gradient of this image domain objective function with respect to background velocity can then be computed using the adjoint-state method (Plessix, 2006), in order to update the velocity model using a local optimisation scheme. Spurious oscillations in this gradient, leading to unstable and incorrect inversion, have been pointed out in recent papers (Fei and Williamson, 2010; Vyas and Tang, 2010; Chauris and Lameloise, 2014). A horizontal contraction as an approximation of image warping along the subsurface offset (Shen and Symes, 2015) is an effective and simple tool to reduce these artifacts, leading to a velocity model that really explains the kinematics of wave propagation.

In the classical developments of MVA, direct waves and surface related multiples are removed, although they are sensitive to the background velocity model (Mulder and Van Leeuwen, 2008). First ideas have recently been proposed to consider transmitted (direct or diving) waves as useful information (Shen, 2013; Chauris et al., 2013). In comparison to FWI, here neither low frequency in the data nor true amplitude modelling is needed, even if there is no formal proof, except in the 1-d case, that the algorithm is converging towards the global minimum (Symes, 1999). If transmitted waves could be used in MVA as in FWI, then it would offer a better resolution, especially in the shallow part, as transmitted waves mainly travel horizontally, while reflected waves have more vertically trajectories. The illumination angles at the image point would be larger. This is essential for determining the velocity model, in particular in the case of anisotropic models (Virieux and Operto, 2009).

In this work, we propose to modify the migration formula by simply back-propagating the full wave field and not only the residual wave field associated to reflected data. We do not refer any more to migrated images, but rather to image functions. We study how such intermediate results can be used for subsequent MVA. We examine if they are still sensitive to focusing and defocusing in the case of transmitted waves (direct, diving or transmitted waves). Because of the intrinsically limited penetration of transmitted waves in surface acquisition, we then consider a cross-well Seismic Profiling (CSP) configuration to update the background velocity model

between two wells. Automatic cross-well tomography with transmitted waves has already been presented in the data domain using semblance (Li and Stewart, 1991) and differential semblance optimisation (Plessix et al., 2000a), with application on real data (Plessix, 2000). We transpose these approaches in the image domain. In CSP vintage, most of the energy is contained in the transmitted waves, whereas reflected arrivals are usually considered as noise, leading to a single-event study. However, reflections can be useful information, especially when wells are not as deep as the target zones (Lazaratos et al., 1995; Bube and Langan, 2008). We investigate this method, first in a homogeneous case, then in a 2d heterogeneous medium containing a fault structure between the two wells. The CIGs are analysed and used in the same way as in surface acquisition to update the velocity model. The introduction of reflected waves in CSP is finally discussed in a hierarchical strategy.

## 4.5 Migration Velocity analysis using reflected and transmitted waves

We first propose to apply the classical migration formula to the total wave field instead of to the residual reflected data. We then discuss the meaning in the case of surface acquisition and derive for simple models the shape of events in CIGs, indicating that direct waves can be used in Migration Velocity Analysis. The next section provides a more detailed example in cross-well configuration for which transmitted waves dominate reflected waves in terms of energy.

### 4.5.1 Preamble on wave field modelling

The Green's functions are computed by solving the constant density acoustic wave equation with a standard finite difference approach. Perfectly Matched Layers (PML) are introduced to handle the limits of the model, including the top surface. The full wave field is obtained for a point source convolved with a Ricker wavelet. Only in the part where we investigate the effect of reflected waves, we consider the Born approximation to model reflections. Ray theory is used to predict the shape of events in the image domain.

### 4.5.2 Migrating the full wave field

Migration is obtained as the cross-correlation between the forward and the backward residual wave fields. In the extended domain, it can be written as (Symes, 2008b)

$$\xi(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = \int d\omega \omega^2 S(\omega)^* \iint ds d\mathbf{r} G_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) P^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) G_0^*(\mathbf{r}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega), \quad (4.1)$$

where  $\xi$  is the migrated image,  $P^{\text{obs}}$  the observed data for shot  $\mathbf{s}$ , receiver  $\mathbf{r}$  and angular frequency  $\omega$ . The Green's functions  $G_0$  are computed in the reference model  $v_0$ . The star indicates the conjugate value.  $\mathbf{x}$  are the spatial coordinates and  $\mathbf{h} = (h, 0)$  is a spatial horizontal shift in 2d (Sava and Vasconcelos, 2011). The final image is obtained by summing over all sources and receivers. At a specific surface position, depth images can be computed as a function of the subsurface offset, called Common Image Gatherers (CIGs).

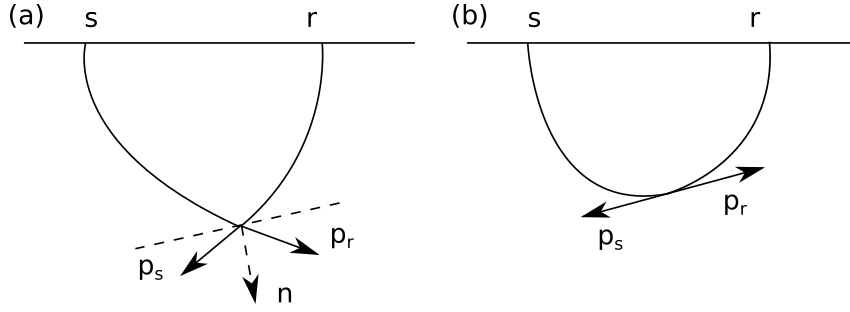


FIGURE 4.1 – Reflection conditions (a) at a smooth interface and (b) for a transmitted wave.  $\mathbf{p}_s$  and  $\mathbf{p}_r$  are the slowness vectors from respectively the source and the receiver.  $\mathbf{n}$  is the normal to the reflector in (a).

For reflected data,  $P^{\text{obs}}$  only contains reflected waves. The image  $\xi$  function can be interpreted as the gradient of the full waveform inversion (Lailly, 1983; Tarantola, 1984). The migrated image, associated to reflectivity, is singular along a line in 2-d or a surface in 3-d. We propose to use the same formula for the full wave field  $P^{\text{obs}}$ . We refer to  $\xi$  as the image function. In that case,  $P^{\text{obs}}$  contains both reflected and transmitted waves.  $\xi$  cannot be interpreted any more in terms of reflectivity. Under high frequency approximation,  $\xi$  has a non zero contribution if two conditions are satisfied : (1) the sum of the travel times from  $\mathbf{s}$  to  $\mathbf{x} - \mathbf{h}$  and from  $\mathbf{x} + \mathbf{h}$  to  $\mathbf{r}$  should be the same as the observed travel time ; (2) the ray parameter along the acquisition geometry should be the same at the source and receiver positions. For transmitted waves in simple models,  $\xi$  will be smooth for fixed  $h$ . This can be understood as follows : for an opening angle at the image point equal to  $\pi$ , the slowness vectors from the source and from the receiver are opposite (Fig. 4.1). There is no unique depth for which this is possible : the image function  $\xi$  is expected to be non-zero between the surface to the maximum penetration depth.

For a better understanding of Eq. 4.1 in the case where  $P^{\text{obs}}$  is the full wave field, we first consider surface acquisition and predict the shape of events in CIGs.

### 4.5.3 Shape of the CIGs

We first discuss a simple test using reflected waves. The velocity model consists of two homogeneous layers, with a single horizontal interface at depth 200 m. Sources cover the whole surface, with a spacing of 5 m. A maximum surface offset of 900 m is considered. The source is a Ricker function, with a central frequency at 16 Hz. The horizontal extension of the model is 2.4 km, for a maximum depth of 600 m. With an exact velocity at 2750 m/s, we test imaging velocities at 2500 m/s, 2750 m/s and 3000 m/s. A previous study (Lameloise et al., 2015) has shown that introducing a quantitative migration can help reducing migration smiles in CIGs in case of spatial limited acquisition. In this method, weights were derived and applicable under high frequency approximation to have a diagonal Hessian. An extension has been introduced by Hou and Symes (2015), explaining how to compute the same weights without introducing any ray quantities. In practice, the three most important terms are spatial vertical derivatives at the source and receiver positions and a spatial vertical derivative at the image point. In terms of ray quantity, it would be the same as multiplying the reflected image by  $\cos \theta_s \cos \theta_r \cos \theta \cos \xi$ .

The  $\theta_s$  and  $\theta_r$  variables are the take-off angles at the source and receiver positions, whereas  $\theta$  and  $\xi$  are the half-opening and dip angles at the image position. We compute a central CIG without and with the weights for the three velocity models (Figs. 4.2 and 4.3). Here,  $P^{\text{obs}}$  only contains reflections. The weights are essential to remove classical migration smiles. This effect is particularly important for shallow reflectors as this is the case here. For the correct velocity, the energy in the central CIG is focused around the zero subsurface offset (Fig. 4.3b). Using an incorrect velocity model, at the zero subsurface offset (physical image), the reflectors are migrated at an incorrect depth (shallower for a too low velocity, deeper for a too high velocity). CIGs are curved downwards for a too low velocity (Fig. 4.3a) and upwards for a too high velocity (Fig. 4.3c). The shape associated to a reflector at a depth  $z_0$  can be predicted by ray theory (Mulder, 2014), according to

$$z = \gamma \sqrt{z_0^2 + \frac{|\mathbf{h}|^2}{1 - \gamma^2}}, \quad (4.2)$$

where  $\mathbf{h} = (h, 0)$  the horizontal subsurface offset and  $\gamma$  the ratio between migrated and correct velocity ( $\gamma = v_0/v_e$ ). Details for this derivation are given in Appendix-A.

Using the same surface acquisition parameters, we consider a homogeneous model as reference model. Data only contain the direct arrival travelling along the surface. The central CIG is displayed in Fig. 4.4 for the same imaging velocities. For the correct velocity, energy is focused around  $h = 0$  and between depths 0 to 100 m corresponding to the penetration zone. For incorrect velocities, energy is defocused, showing the potential for subsequent MVA. As for reflected waves, the shapes in the CIGs can be predicted by ray theory. For  $\gamma < 1$  (i.e. a too low migration velocity), the equation is similar to the one obtained for reflected waves (eq. 4.2 for  $z_0 = 0$ ) :

$$z = \frac{\gamma |\mathbf{h}|}{\sqrt{1 - \gamma^2}}. \quad (4.3)$$

For  $\gamma > 1$  (i.e. a too high migration velocity), the equation of the shape depends on the maximum surface offset, denoted  $H_{\text{max}}$ , following :

$$z = \sqrt{\gamma^2 H_{\text{max}}^2 - (|\mathbf{h}| - H_{\text{max}})^2}. \quad (4.4)$$

The predicted shapes nicely superimposed on CIGs (Figs. 4.2–4.4). The equivalent formula for cross-well acquisition is presented in the section devoted to CSP configuration.

Finally, diving waves are modelled, using a velocity gradient. The velocity is 2500 m/s at  $z = 0$  km and 3500 m/s at  $z = 0.5$  km. The migration velocity is 2500 m/s at the surface, and the different tests consider a velocity at 2500 m/s (too low), 3500 m/s (correct) and 4500 m/s (too high) at  $z = 0.5$  km (Fig. 4.5). Once more, using the correct velocity model, the energy does not collapse at a precise depth, but between the surface and the maximum penetration depth. Diving waves have a larger penetration depth than direct waves (Fig. 4.5). The interesting observation is that the energy is defocused for an incorrect velocity model, showing the dependency of the CIGs on velocity variations in the background model.

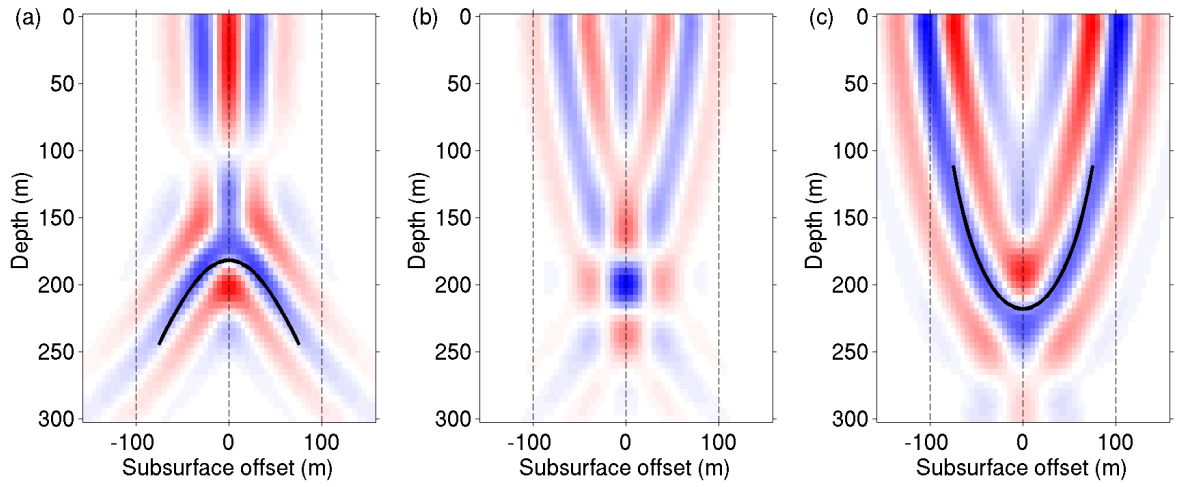


FIGURE 4.2 – Central CIG using reflected waves associated to a single interface with (a) the too low velocity at 2500 m/s, (b) the correct velocity at 2750 m/s and (c) the too high velocity at 3000 m/s. The black solid line indicates the theoretical shape derived from ray theory.

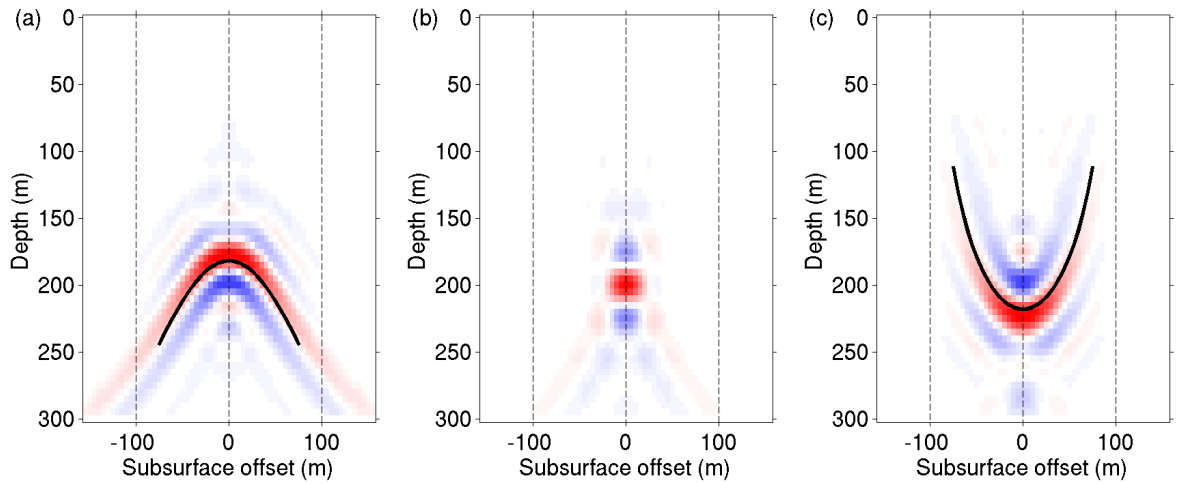


FIGURE 4.3 – Same as for Fig. 4.2, but with application of the weights according to Hou and Symes (2015).



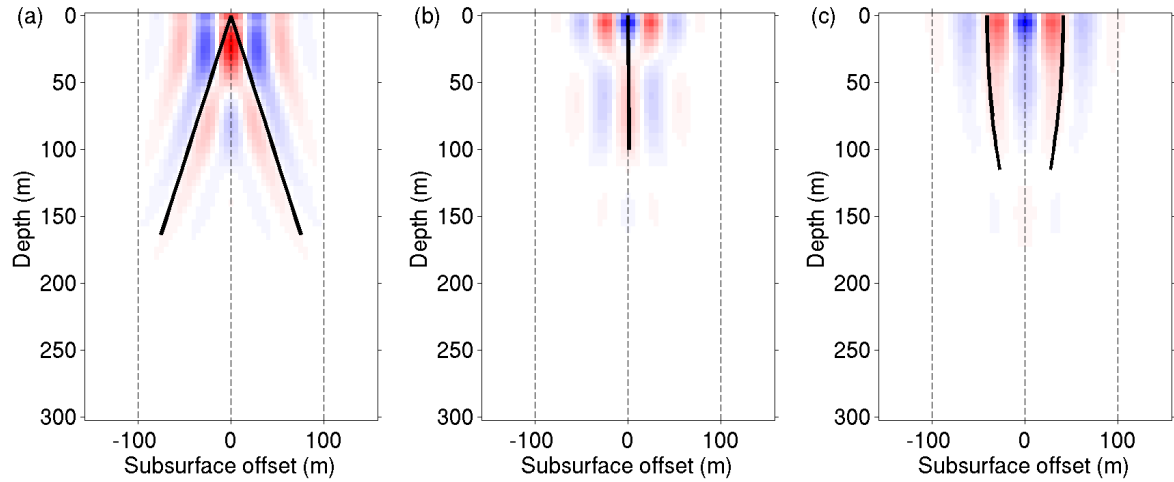


FIGURE 4.4 – Central CIG using direct waves propagating along the surface in a homogeneous model with (a) the too low velocity at 2500 m/s, (b) the correct velocity at 2750 m/s and (c) the too high velocity at 3000 m/s. The black solid line indicates the theoretical shapes.

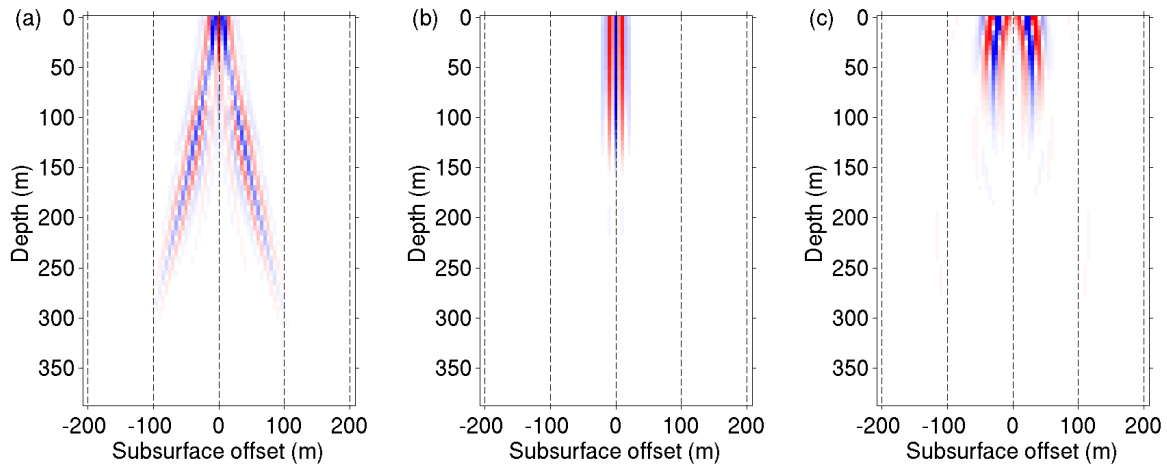


FIGURE 4.5 – Central CIG using diving waves for (a) the too low velocity of 2500 m/s at  $z = 0.5$  km, (b) the correct velocity of 3500 m/s at  $z = 0.5$  km and (c) the too high velocity of 4500 m/s at  $z = 0.5$  km.

#### 4.5.4 CIGs for subsequent migration velocity analysis

In the automatic process to update the background velocity model, the defocused energy is penalised using an image domain objective function. A classical objective function is obtained by multiplying the CIG values by the absolute value of subsurface offset (Shen et al., 2003; Shen and Symes, 2008). It is here normalised to be less sensitive to amplitude variations (Tang, 2011; Chauris et al., 2013). This scalar value is obtained following :

$$J_1 = \frac{1}{2} \frac{||h\xi(\mathbf{x}, \mathbf{h})||^2}{||\xi(\mathbf{x}, \mathbf{h})||^2}, \quad (4.5)$$

where  $h = |\mathbf{h}|$ . By construction,  $h$  enhances energy at large subsurface offsets, where artifacts such as migration smiles are mainly localised. Alternatives have been developed, with the introduction of a measure of the energy at the zero subsurface offset (Shen and Calandra, 2005; Shen, 2013). For reflected waves, additional weights are needed to attenuate artifacts on images (Lameloise et al., 2015). For direct and diving waves, no such smiles affect the CIGs, allowing the use of eq. (5.2) without any additional weights. Note that in the case of transmitted waves,  $\cos\theta = \cos\pi/2 = 0$ . Such a weight would remove the contribution of the direct waves. To estimate the shape of the function  $J_1$ , we consider the same tests used to display CIGs. Images are computed with different homogeneous velocities from 2500 to 3000 m/s every 50 m/s, the correct velocity being 2750 m/s. The velocity model for diving waves is a constant gradient, with a velocity of 2500 m/s at the surface. Velocities range from 2500 to 4500 m/s at  $z = 0.5$  km, with a step of 200 m/s, the correct velocity being 3500 m/s at  $z = 0.5$  km. The objective function as expressed in eq. (5.2) is evaluated (Fig. 4.6). The three objective functions display convex shapes, with the minimum at the expected velocity value. The minimum value of the functions is not zero because the signals are band-limited : energy cannot fully collapse at zero subsurface offset (Diaz et al., 2013). The objective function formulation indeed considers a perfect acquisition, with sources and receivers covering the whole model with a dense sampling, as well as an infinite bandwidth in the data.

The gradient of the image domain objective function is then needed to update the velocity model. It is computed with the well-known adjoint-state method (Plessix, 2006). After derivation (see for example Yang and Sava (2015); Lameloise et al. (2015)), the gradient has two contributions because the image formula contains two Green's functions (eq. 4.1) :

$$\frac{dJ_1}{dv} = \frac{2}{v(\mathbf{x})^3} \iint ds d\omega (-\omega^2) [\lambda_S^*(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) S(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) + \lambda_R^*(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) R(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega)], \quad (4.6)$$

where  $v$  is the migration velocity model,  $\lambda_S$  and  $\lambda_R$  are the adjoint variables obtained by convolving the image residuals  $\partial J_1 / \partial \xi$  with respectively the receiver  $R(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega)$  and source  $S(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega)$  wave fields. Eq. (4.6) represents the contribution of all sources to the gradient of the objective function. For symmetric acquisition and laterally invariant model, the two terms in the gradient are identical. In the inversion process, we use a non linear conjugate-gradient optimisation, where the descent direction is updated at each iteration. The velocity update follows :

$$v_{n+1} = v_n + \alpha d_n, \quad \text{with} \quad d_n = -\frac{\partial J}{\partial v_n} + \beta d_{n-1}, \quad (4.7)$$

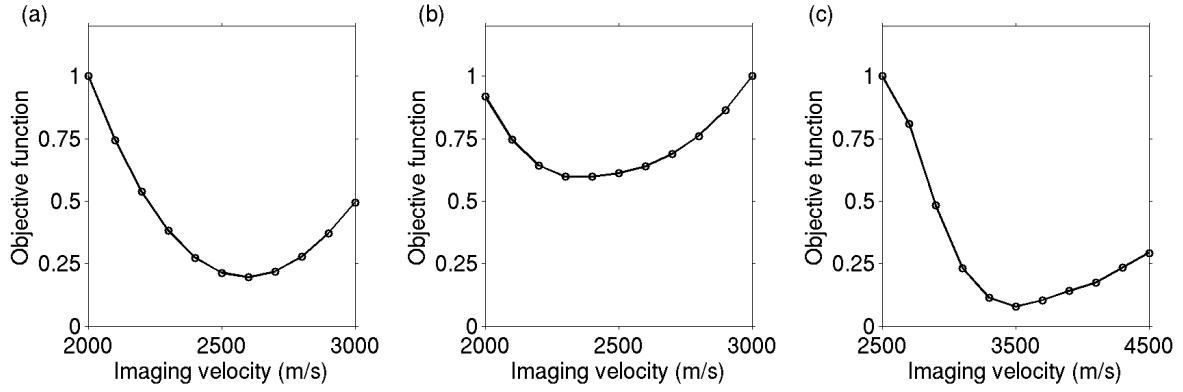


FIGURE 4.6 – Normalised objective functions for (a) reflected waves associated to the model with a single reflector, (b) direct waves and (c) diving waves. For reflected waves, weights from Hou and Symes (2015) are applied.

where  $d$  represents the descent direction,  $\alpha$  is obtained by a linear search and  $\beta$  obeys Fletcher-Reeves formula.

In this first part, we have seen that transmitted waves (direct and diving waves), can potentially be used in the same way as reflected waves for subsequent migration velocity analysis. Because of the low penetration of transmitted waves, in the next part, we consider a cross-well configuration to further study the impact of direct/diving waves.

## 4.6 Cross-well configuration

In a cross-well configuration, sources and receivers are located in two different vertical wells (Fig. 4.7). We consider the full wave field, containing mainly transmitted and reflected waves. Here, we do not model the tube waves generated within the wells. In order to have an overview of the contribution of waves, we first illustrate the different illumination maps for reflected waves associated with one reflector in surface acquisition (Fig. 4.8a) and cross-well acquisitions associated to direct (Fig. 4.9a) and reflected waves (Fig. 4.9b). For surface acquisition and reflected waves, the structure of the illumination map exactly follows the shape of the velocity gradient with homogeneous values above the interface. In cross-well configuration, sources are located at  $x = 0$  m and receivers at  $x = 550$  m. The illumination between the wells is homogeneous in the central part of the model for direct waves. Edge effects are visible and are related to limited vertical offsets (Fig. 4.9a). For reflected waves, the highest illumination is located around the horizontal reflector at depth 1000 m (Fig. 4.9b). We conclude that reflected waves cannot be used alone in order to update the velocity model, especially in this case, where the reflector is located between the wells, and not deeper, as only large opening angles are available at the image points.

First, the use of full wave field consisting of transmitted waves is investigated in a homogeneous case. Associated CIGs are computed and their ability for subsequent velocity analysis is discussed. A complete inversion is then performed in a heterogeneous velocity model. The full wave field contains both transmitted and reflected waves. Direct waves are much more energetic and their contribution guides the inversion. As an independent criteria, we compare synthetic shots in the

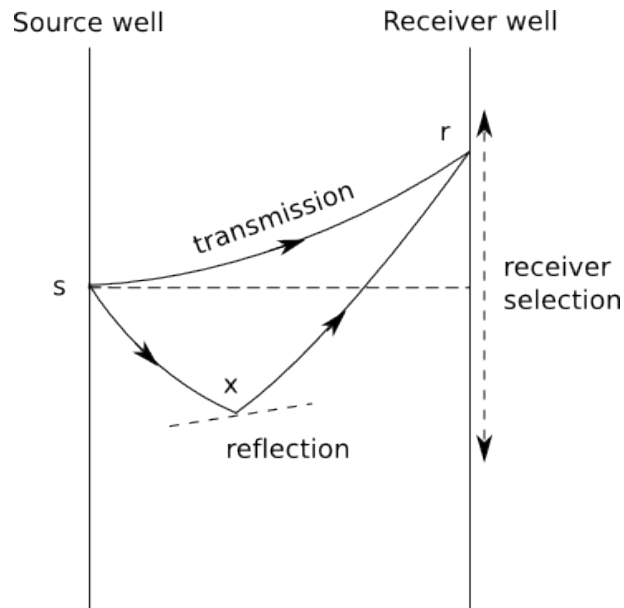


FIGURE 4.7 – Cross-well geometry, with sources and receivers in two different wells. The wave field contains transmitted and reflected waves. Only receivers around the source depth are recorded.

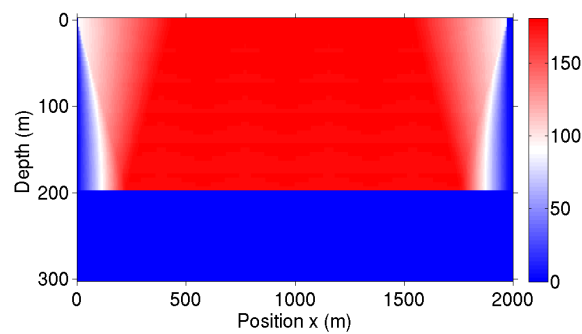


FIGURE 4.8 – Illumination of the subsurface using reflected waves with a reflector at 200 m. The surface offset limitation is  $\pm 450$  m. The colour values indicate the number of rays between existing sources and receivers crossing a particular zone of  $5 \times 5 \text{ m}^2$ .

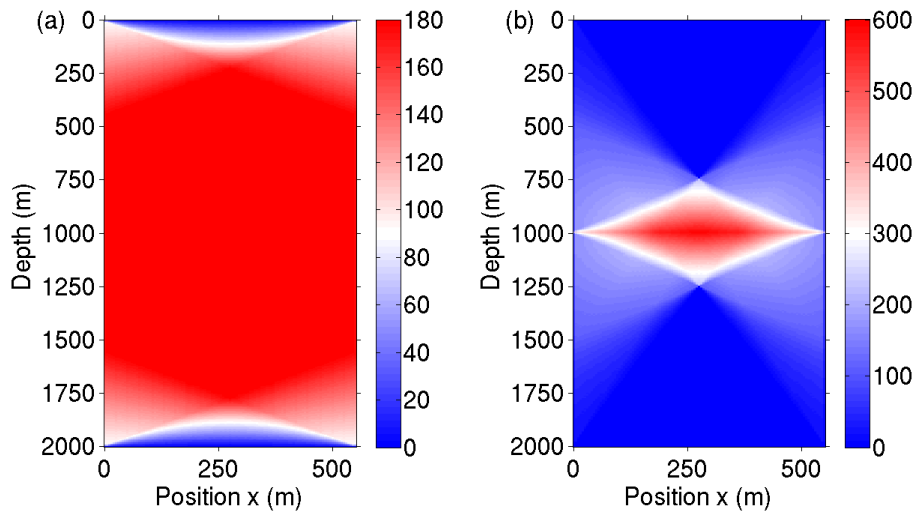


FIGURE 4.9 – Illumination of the subsurface using a CSP configuration with (a) direct waves and (b) reflected waves with a reflector at 1000 m. The vertical offset limitation is  $\pm 450$  m. The colour values indicate the number of rays between existing sources and receivers crossing a particular zone of  $5 \times 5 \text{ m}^2$ .

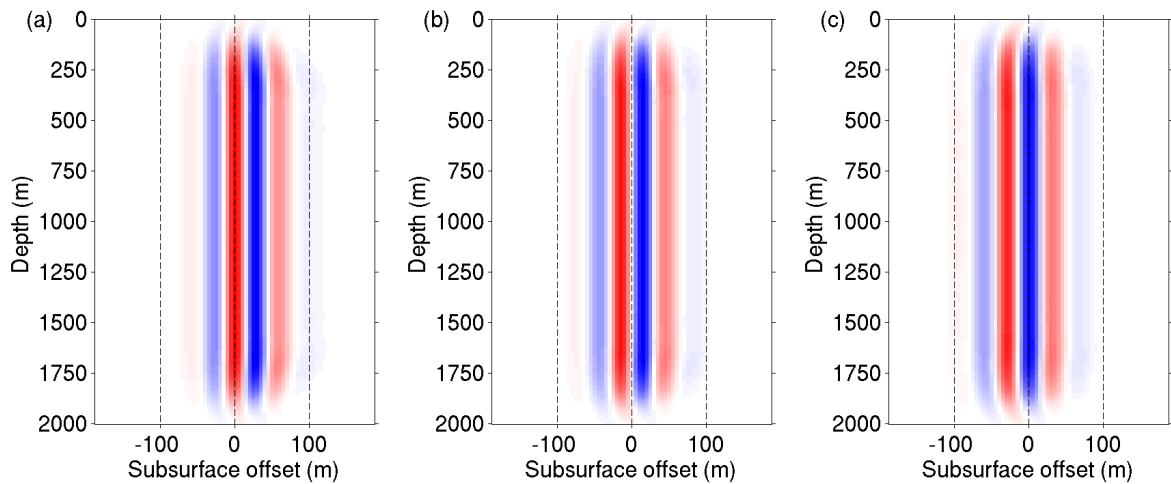


FIGURE 4.10 – CIGs using direct waves in a CSP configuration at  $x = 275$  m for a velocity at (a) 2200 m/s (too low velocity), (b) 2300 m/s (correct velocity) and (c) 2400 m/s (too high velocity).

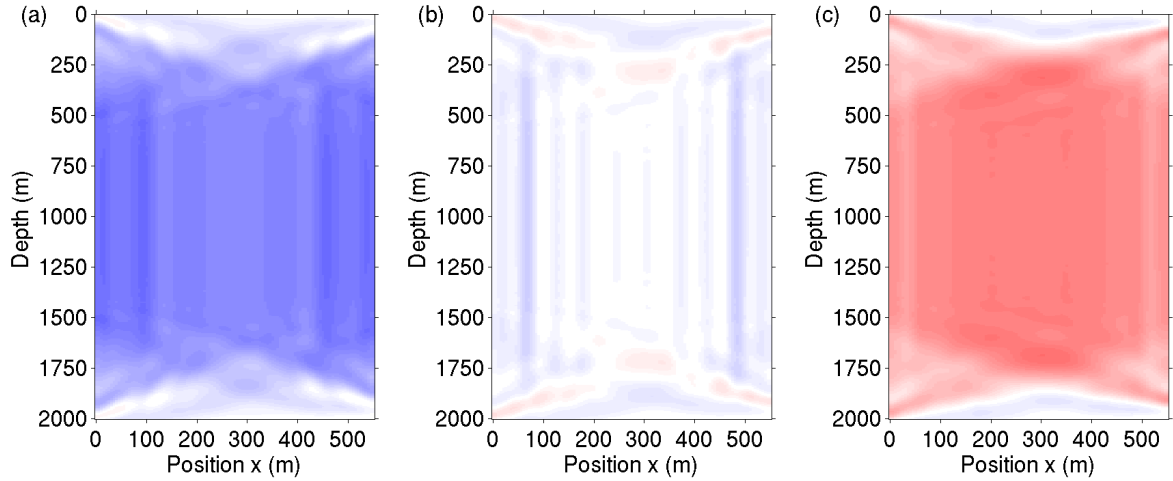


FIGURE 4.11 – Gradients of the image domain objective function using direct waves in a CSP configuration for (a) the too low velocity at 2200 m/s, (b) the correct velocity at 2300 m/s and (c) a too high velocity at 2400 m/s. The gradients are displayed using the same colour scale.

exact, initial and final models. The modelling is always based on the two-way wave equation operators without linearisation, except for the final test where we investigate the use of reflected waves, here generated under the Born approximation.

#### 4.6.1 Use of direct waves in a homogeneous medium

As a first test in the cross-well configuration, we use a homogeneous velocity model at 2300 m/s. The maximum depth of each well is 2000 m. They are located 550 m apart. The discretisation grid is 5 m by 5 m. The source function is a Ricker wavelet with a central frequency of 16 Hz. As previously seen (Fig. 4.9a), these waves better illuminate the model compared to reflected ones.

The CIGs at  $x = 275$  m are displayed for three different velocity models, i.e. 2200 m/s, 2300 m/s and 2400 m/s (Fig. 4.10). With sources and receivers from the top to the bottom of the wells, energy is spread over the whole depth. Instead of exhibiting downward and upward curvatures as for reflected waves (Fig. 4.3), the energy is here localised around a specific subsurface offset (negative for lower velocity, zero for the correct velocity and positive for higher velocity), depending on the error in the velocity model. The error in the migration velocity model does not transcript in upward and downward curves any more, but in shifted locations around specific subsurface offsets for this simple model. More precisely, the shape of events in CIGs is given by

$$h = \frac{L}{2}(1 - \gamma), \quad (4.8)$$

where  $L$  is the distance between the two wells. This energy at non zero subsurface offset is then penalised using the same objective function as in surface acquisition (eq. 5.2). Here, because of the homogeneous character of the model, symmetrical and laterally invariant gradients are obtained (Fig. 4.11). The very shallow and very deep parts are not updated because of the truncated acquisition (limited sources and receivers in the well), but otherwise, a almost homogeneous update allows obtaining the correct velocity model after inversion. These images are consistent

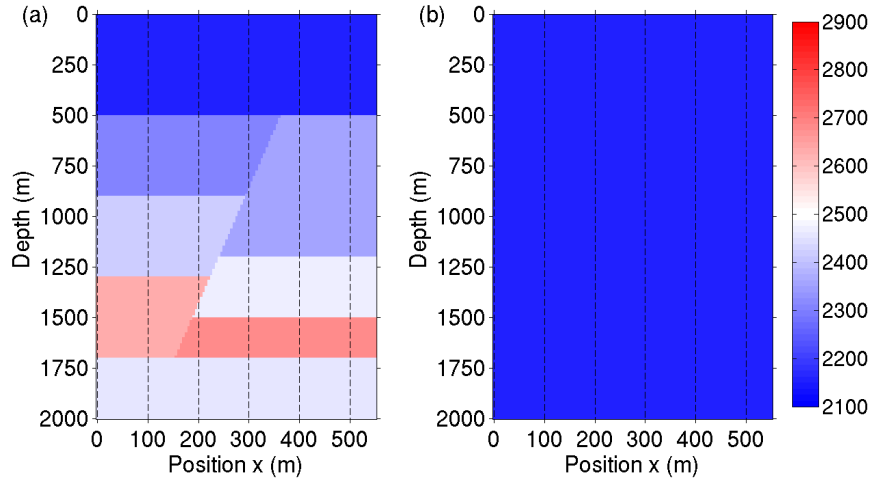


FIGURE 4.12 – Correct velocity (a) and initial velocity (b) models.

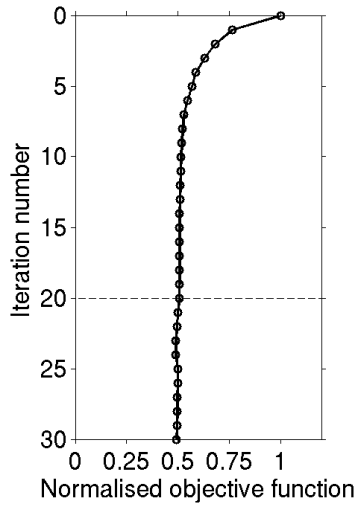


FIGURE 4.13 – Objective function. After 20 iterations, the smoothing is relaxed.

with the illumination maps (Fig. 4.9). Moreover, the gradients do not suffer from oscillations as this is the case for reflected data around discontinuities (Fei and Williamson, 2010; Shen and Symes, 2015). A complete inversion is performed in the next section using a heterogeneous velocity model with a fault. We do not artificially modify the gradient as in Fei and Williamson (2010), but only smooth it before updating the velocity model.

#### 4.6.2 Inversion of the complete wave field in a heterogeneous medium

The reference velocity model is displayed in Fig. 4.12(a). Velocities range from 2150 to 2850 m/s, with different values on each side of the fault. The two wells are 2000 m deep, and the same acquisition parameters as in the homogeneous example are used. The initial velocity model is a constant velocity model at 2150 m/s (Fig. 4.12b). The initial CIGs are computed at each surface points, every 5 m, between the two wells.

The inversion is performed in a two-step approach : first, a large smoothing is applied on the gradient for the first 20 iterations (Fig. 4.13). Then the smoothing is reduced for the last 10

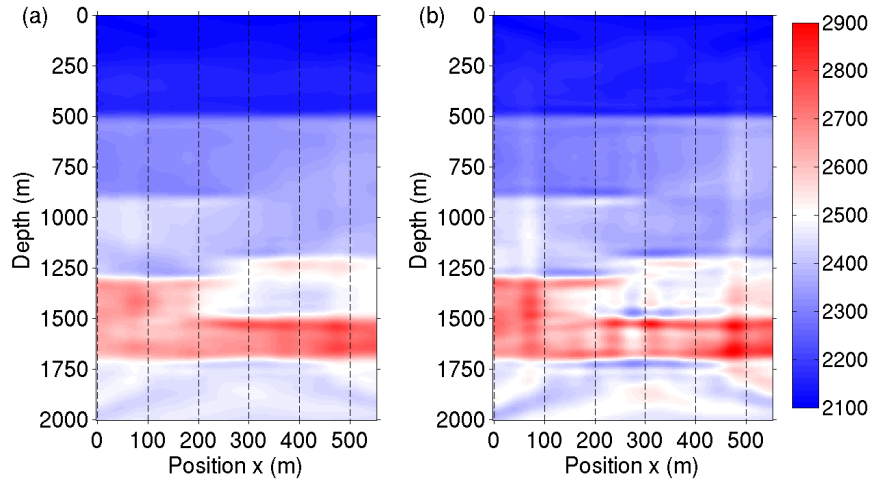


FIGURE 4.14 – Intermediate velocity (a, after 22 iterations) and final velocity (b, 30 iterations) after inversion of the full wave field.

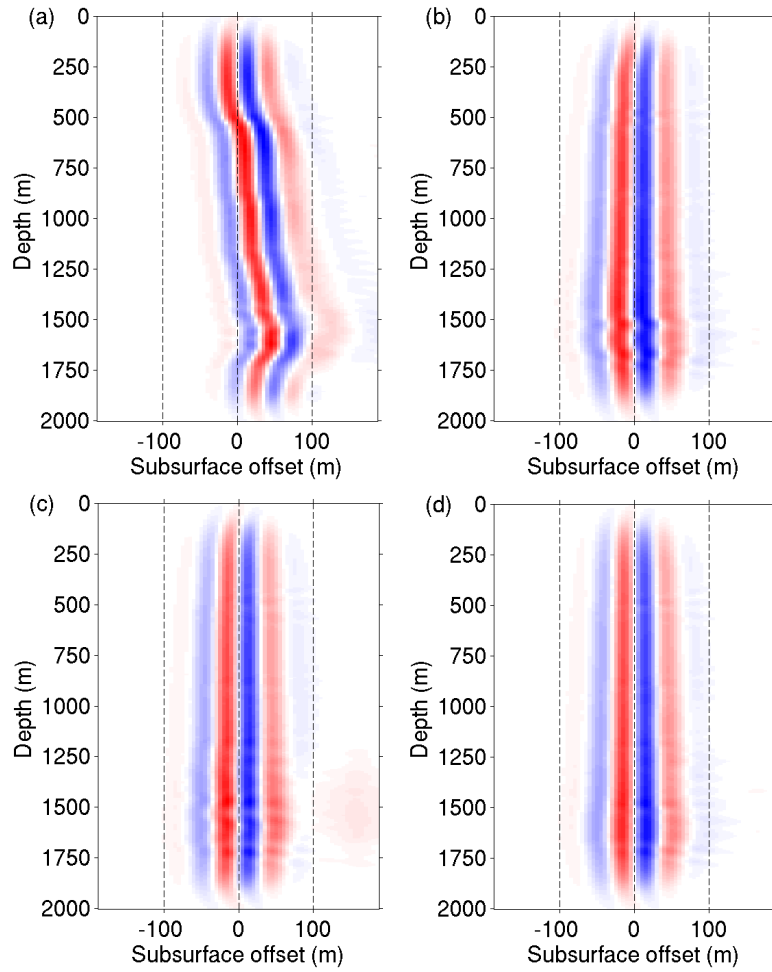


FIGURE 4.15 – CIGs using the full wave field in the initial (a), intermediate (b), final (c) and exact velocity models (d).



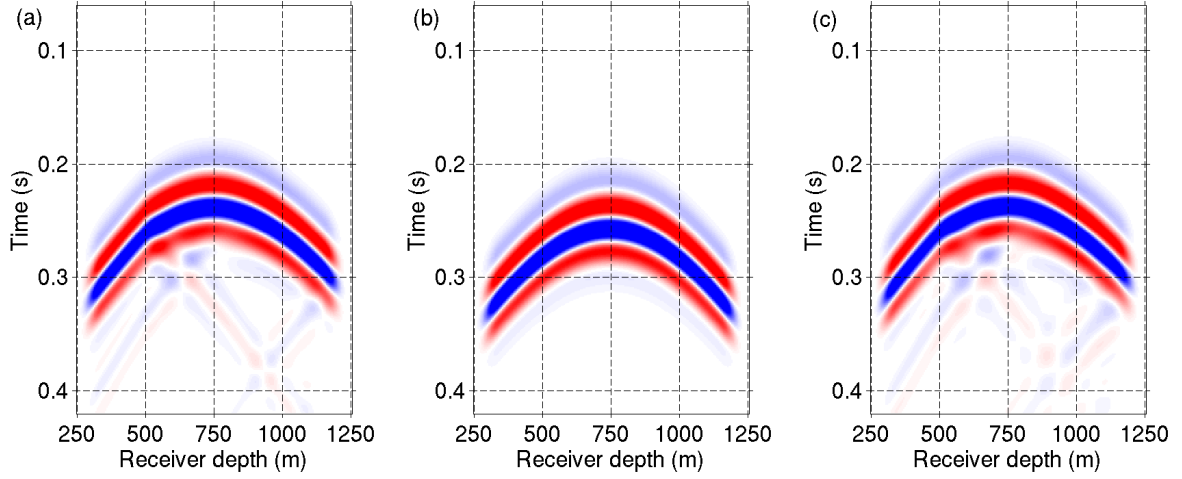


FIGURE 4.16 – Observed shot gather (a), computed shot in the initial (b) and in the final model (c), for  $z_s = 750$  m.

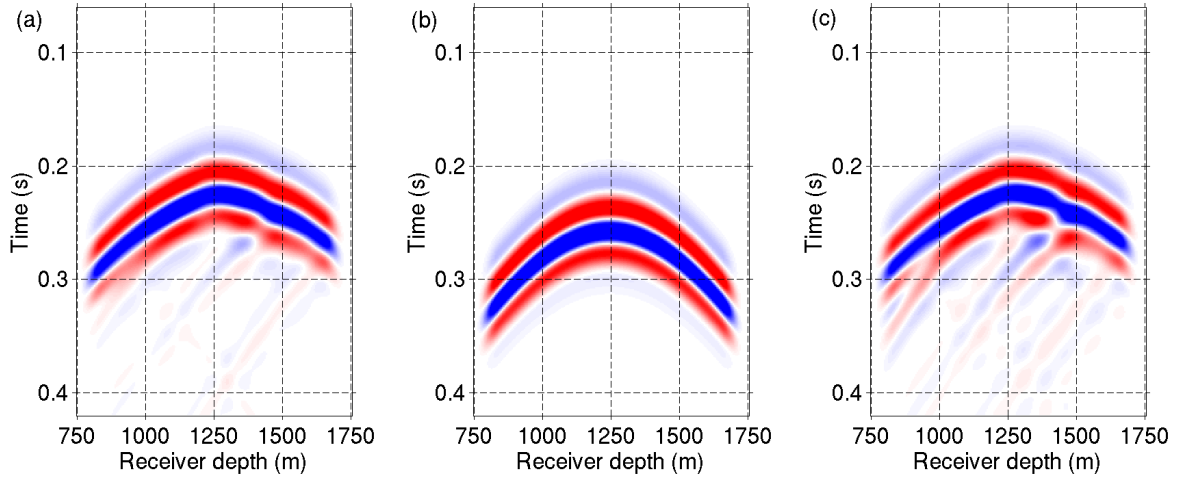


FIGURE 4.17 – Observed shot gather (a), computed shot in the initial (b) and in the final model (c), for  $z_s = 1250$  m.

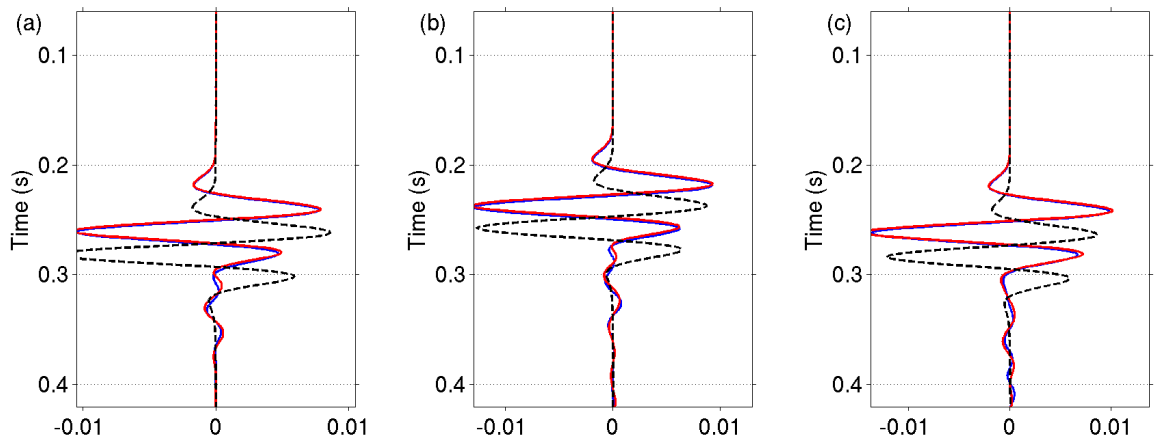


FIGURE 4.18 – Traces for shot at  $z_s = 750$  m and for surface offset  $-500$ ,  $0$  and  $+500$  m, for the observed data (red blue), for the computed data in the initial model (dashed line) and for the computed data in the final model (blue line).

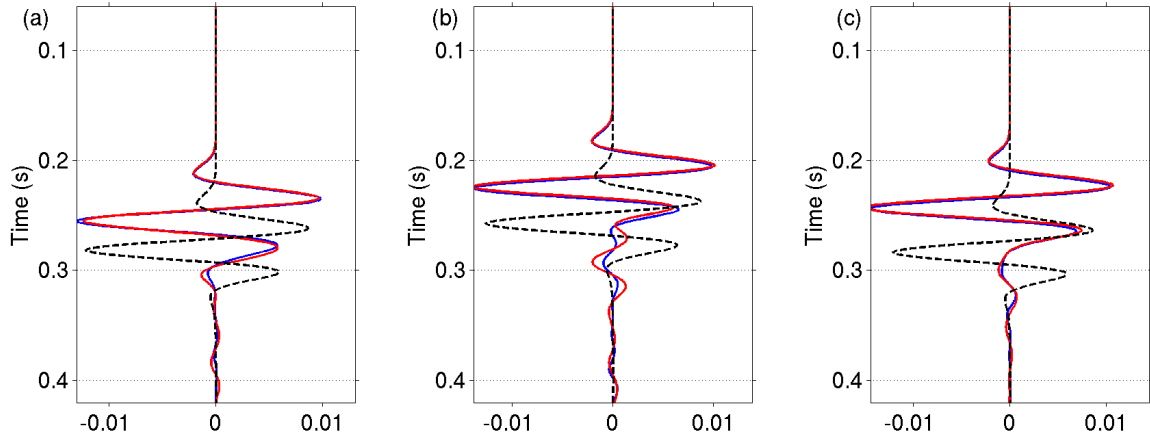


FIGURE 4.19 – Traces for shot at  $z_s = 1250$  m and for surface offset  $-500$ ,  $0$  and  $+500$  m, for the observed data (red blue), for the computed data in the initial model (dashed line) and for the computed data in the final model (blue line).

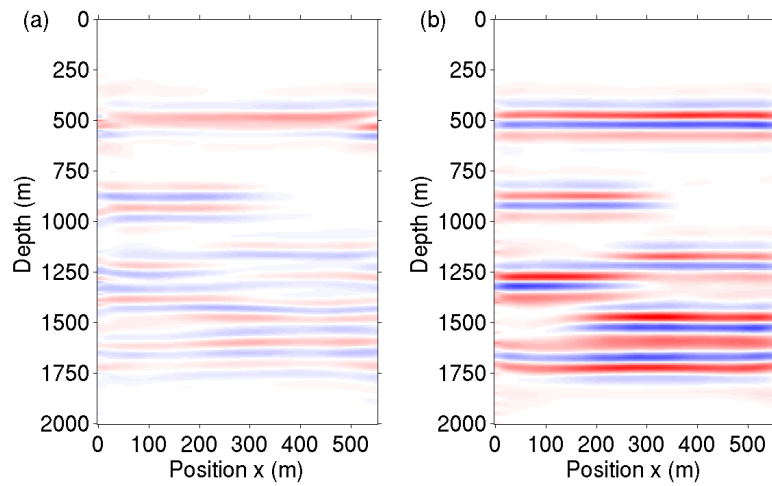


FIGURE 4.20 – Images for  $\xi(\mathbf{x}, h = 0)$  in the initial (a, Fig. 4.12b) and final (b, Fig. 4.14b) velocity models. Both images are plotted with the same maximum value. Here, only reflected waves have been considered, while for the velocity inversion the full wave field was used.

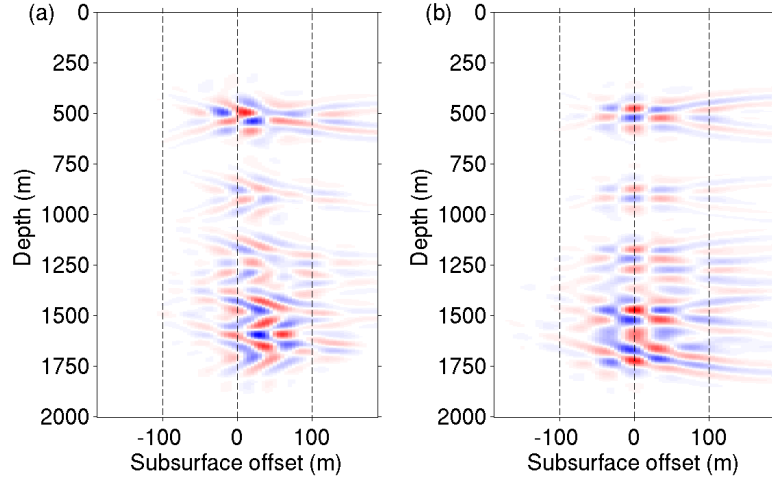


FIGURE 4.21 – CIGs associated to reflected waves in the initial (a, Fig. 4.12b) and final (b, Fig. 4.14b) velocity models. For the velocity inversion, the full wave field was considered.

iterations. More precisely, the smoothing filter is obtained by convolving  $[0.25, 0.5, 0.25]$   $ns_x$  and  $ns_z$  times horizontally and vertically. In the first part of the inversion  $(ns_x, ns_z) = (500, 200)$ , and in the second part  $(ns_x, ns_z) = (10, 10)$ . The model after inversion is kinematically consistent with the propagation of the direct waves (Fig. 4.14). This model varies laterally, and the reflectors appear clearly, although no blocky models have been particularly searched. It is possible to recognise the fault position, even if the fault cannot be seen as a reflector as sources and receivers are located in two different wells. CIGs are nicely aligned around  $h = 0$ . The central CIG is displayed for  $x = 275$  m in Fig. 4.15. Due to increasing velocity errors with depth, the energy is not localised around a specific offset, but oscillates between  $h = 0$  and  $h = +100$  m, indicating a too low initial velocity model (Fig. 4.15a).

As an indirect way to evaluate the quality of the inverted model, we display shot gathers for different source depths  $z_s = 750$  m and  $z_s = 1250$  m, in the exact, initial and final model (Figs. 4.16 and 4.17). The extracted traces (Figs. 4.18 and 4.19) for vertical offset  $-250$ ,  $0$  and  $+250$  m show that the signal can be out of phase (Fig. 4.18b) or even shifted by one period (Fig. 4.19c) in the initial model. Full Waveform Inversion would suffer from cycle-skipping effects. In the inverted model, there is an excellent match between computed and observed traces (solid lines). This was not necessarily expected as the criteria for the inversion is the focusing of energy in the image domain and not a minimum misfit in the time data residuals. The reflected waves are also relatively well predicted (Figs. 4.16 and 4.17). They exist in the inverted model as it contains hard contrasts.

### 4.6.3 Reflected waves

In this section only, we use the Born approximation to model the reflected waves : first, the incident wave field is computed. It is then multiplied by the reflectivity function, obtained as the differences between the exact model and a smoothed version of it, acting as secondary sources. In the initial model, the migrated section (summation over all sources and receivers) does not reveal the presence of the fault between the two wells (Fig. 4.20a). In the final model derived

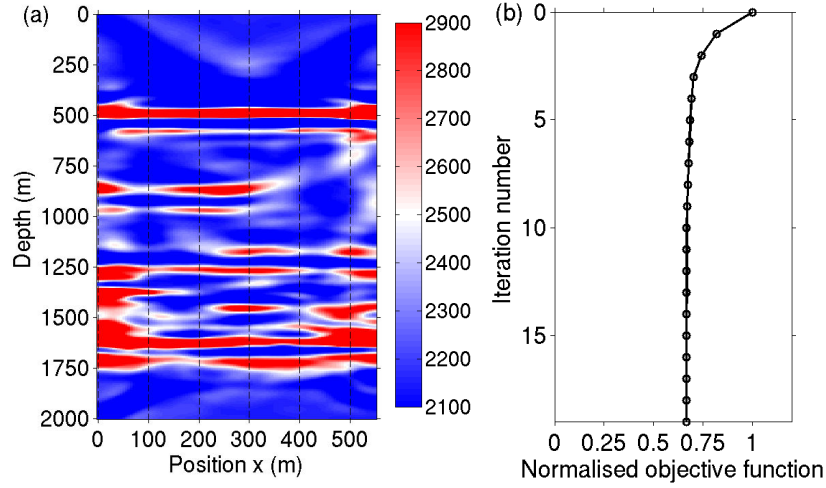


FIGURE 4.22 – Final velocity model obtained with reflected waves only (a) and associated objective function (b).

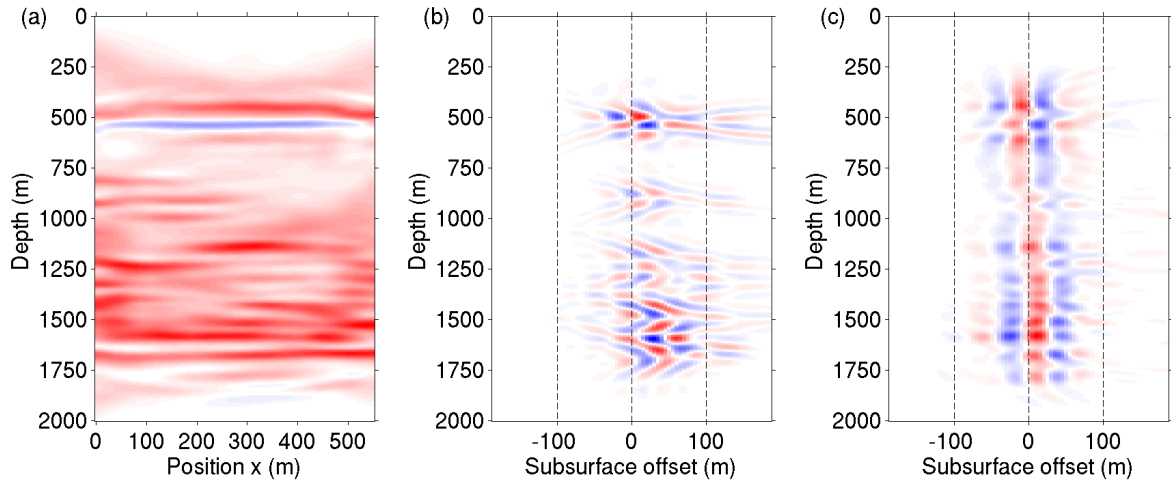


FIGURE 4.23 – Image for  $\xi(\mathbf{x}, h = 0)$  after inversion with reflected waves (a), and CIGs in the initial (b) and final (c, Fig. 4.22a) velocity models.

from the full wave field, the amplitude is twice larger and the focusing largely improves, better delineating the fault structure (Fig. 4.20b). The associated CIGs shows that energy related to reflected waves is better focused in the final model (Fig. 4.21). However, remaining energy is not yet fully focused.

We investigate here if reflected energy can also be used to update the velocity model, starting from the same homogeneous model (Fig. 4.12b). We use the same strategy as for the inversion with the full wave field. The only difference is that the data set only contains reflected energy modeled under the Born approximation. After inversion, the final velocity model shows large velocity value around the reflector positions (Fig. 4.22a). This is fully consistent with the illumination maps (Fig. 4.9b). Instead of updating velocities between interfaces, the algorithm increases the velocity values around the reflector. The objective function decreases from 1.00 to 0.75 (Fig. 4.22b). With reflected waves only, the approach converges towards a local minimum, even if the same smoothing regularisation was applied (large smoothing first and then reduced). The final  $\xi$  function for  $h = 0$

does not really show the fault structure (Fig. 4.23a). However, the focusing has been improved between the initial and the final models (Figs. 4.23b and c). One can notice that the  $\xi$  function now also contains a large-scale component. It is due to the opening angles close to  $\pi$  available in the cross-well configuration and large velocity contrasts appearing in the final model (Fig 4.22a).

## 4.7 Discussion

Like in FWI, where a hierarchical strategy is often proposed (Virieux and Operto, 2009), we have tested two approaches to invert transmitted or reflected waves in a CSP vintage. If the full wave field is first inverted, transmitted waves largely dominates energy in shot gathers and in CIGs and guide the inversion. In the second case, where reflected waves are first inverted, the approach converges towards a local minimum. Therefore, for better constraints, transmitted data should be first dealt with and then reflected data should be incorporated. This is the recommended way, as the opposite strategy would create a model with oscillations. It is worth noticing that when reflections are deeper than the wells, they can bring more information and an other illumination of the subsurface (Lazaratos et al., 1995). This is along the same line than FWI, where transmitted waves are first used in the inversion. Here, we computed the reflected waves by linearising the data. In practice, it may be difficult on real data to separate the direct arrivals from the reflected ones, because tube waves are also present after the first arrivals.

The velocity gradients related to transmitted waves do not suffer from artifacts observed for reflected waves (Fei and Williamson, 2010; Shen and Symes, 2015). These artifacts are observed when the reflectivity is not continuous. For reflected waves, additional weights in the migration should be introduced for proper CIGs. This is not the case for transmitted waves. Iterative migration – introduced under the name of Inversion Velocity Analysis by Symes (2015) – is an alternative to the quantitative migration and to the horizontal contraction. *Inversion* replaces *migration*, meaning that the data are iteratively inverted and not merely migrated, to fit the observed data. The updates of the macromodel and the reflectivity are nested, the high frequency part being in the inner loop (Symes, 2015). The gradient artifacts are thus removed without the need of an extra derivative. It is not clear yet how to extend iterative migration to the full wave field : no specific weights are needed for transmitted energy, where artifacts should be removed in images corresponding to reflected data. One possibility is to run MVA as described here on the full wave field as transmitted waves dominate the signal. In the example, the final model nicely reproduces the correct kinematics and dynamic of wave propagation (Figs. 4.16–4.19). FWI can then be the final step to refine the model.

More work is needed to further interpret the  $\xi$  function. For reflected waves, it is related to reflections and localised in space. For transmitted waves, the image function contains a large-scale structure for fixed  $h$  as observed in Figs. 4.10 and 4.23a. The Green's functions in Eq. 4.1 control the kinematics of the wave propagation. In the investigated case, the velocity contrasts were about 10% (Fig. 4.12a). Future work will indicate the robustness of the approach with respect to larger velocity contrasts, typically at salt interfaces.

## 4.8 Conclusion

We have proposed a simple way to incorporate transmitted waves in Migration Velocity Analysis. The full wave field is used to construct an image, as an intermediate step for MVA. It is essential for the image to be sensitive to large-scale velocity perturbations. The shape of events in Common Image Gathers are rather different from the one associated to reflected waves. In particular, transmitted energy is continuous up to the maximum penetration depth. For incorrect models, a defocusing effect appears. Transmitted waves are of particular interest in cross-well configuration, as illustrated here, but can also be used for surface acquisition as in standard Full Waveform Inversion.

## 4.9 Acknowledgements

The authors are very grateful to the editor, to W. Symes and to an anonymous reviewer for constructive comments that help to clarify the initial version. The research described in this paper was carried out as a part of the Paris Exploration Geophysics Group project (GPX) funded by the French National Research Agency (ANR), CGG, TOTAL and Schlumberger.

## 4.10 Appendix A : Shapes of events in CIGs for surface acquisition

We derive the shape of events in CIGs for reflected and direct waves. In both cases, we consider surface acquisition. The strategy is the following : under the ray assumption,  $\xi$  has a non-zero contribution is the travel time and slope at source and receiver coordinates are the same for the observed and computed data.

### 4.10.1 Reflected waves

The model contains a single reflector at depth  $z_e$ . The velocity model is supposed to be homogeneous at  $v_e$  above the reflector. Let  $\gamma$  be the ratio between migrated velocity  $v_0$  and correct velocity values ( $\gamma = v_0/v_e$ ). We consider a source/receiver couple at the surface, respectively at  $x - H$  and  $x + H$ , with  $H$  the offset at the surface. Using ray theory, the travel times of the wave connecting the source and the receiver are the same in the exact model and in the migrated model, yielding :

$$\frac{2}{v_e} \sqrt{H^2 + z_e^2} = \frac{2}{v_0} \sqrt{(h - H)^2 + z_0^2}, \quad (\text{A4.1})$$

For the migration case in  $v_0$ , a horizontal subsurface offset  $h$  is introduced. We define the  $F$  function as

$$F(z_0, h; H) = \sqrt{(h - H)^2 + z_0^2} - \gamma \sqrt{H^2 + z_e^2}. \quad (\text{A4.2})$$

Equation A4.2 characterises the ensemble of curves parametrized by  $H$ . During migration, the integration is performed over all  $H$ . The specular conditions are obtained for  $F(z, h; H) = 0$ , as well as for  $\partial_H F(z, h; H) = 0$ , where  $\partial_H$  is the partial derivative with respect to  $H$ . This latter

condition gives the relation between the surface offset  $H$  and the subsurface offset  $h$ ,

$$H = \frac{h}{1 - \gamma^2}. \quad (\text{A4.3})$$

We replace  $H$  in Eq. A4.1. The shape of the CIGs associated to reflected waves obeys

$$h(z_0) = \pm \sqrt{(1 - \gamma^2)(z_0^2/\gamma^2 - z_e^2)} \quad (\text{A4.4})$$

The function is defined only when  $z_0 \geq \gamma z_e$  if  $\gamma \leq 1$  and  $z_0 \leq \gamma z_e$  if  $\gamma \geq 1$ . If  $\gamma = 1$ , energy is focused at depth  $z_e$ . This is the same equation as Eq. 4.2, but here  $h$  is function of  $z_0$ .

#### 4.10.2 Direct waves

The above derivation can be used for direct waves, by setting  $z_e = 0$ , leading to

$$h(z_0) = \pm \frac{z_0}{\gamma} \sqrt{1 - \gamma^2} \quad (\text{A4.5})$$

It is only valid for  $\gamma \leq 1$ . For  $\gamma \geq 1$ , this derivative of  $F$  with respect to  $H$  can never be zero and equation A4.2 depends on the maximum offset, denoted  $H_{max}$  :

$$h(z_0) = \pm (\sqrt{\gamma^2 H_{max}^2 - z_0^2} - H_{max}). \quad (\text{A4.6})$$

The two shapes are really different, depending on  $\gamma$  (Fig. 4.4). For example,  $h(0) = 0$  for  $\gamma \leq 1$  and  $h(0) = \pm H_{max}(\gamma - 1)$  for  $\gamma \geq 1$ . In conclusion, in case of a too high migration velocity and direct waves, the shape of the CIG depends on the acquisition parameters. Equations A4.5 and A4.6 are the same as Eq. 4.3 and 4.4, except that here  $h$  is a function of  $z_0$ .

### 4.11 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, j'ai introduit les ondes transmises dans l'analyse de vitesse par migration. En raison de leur trajectoire différente des ondes réfléchies classiquement utilisées dans cette méthode, elles permettent d'illuminer le milieu différemment. En acquisition de surface, l'énergie non focalisée autour de l'offset en profondeur nul est utilisée dans la remise à jour du modèle de vitesse. En raison de la faible pénétration de ces ondes comparée à celle des ondes réfléchies, la partie superficielle du modèle peut être mis à jour en inversant ces ondes, comme pour l'inversion des formes d'ondes. Cet aspect est présenté sur des données réelles dans le **Chapitre 5**.

L'inversion des ondes directes dans une acquisition entre puits permet de mettre à jour les grandes longueurs d'onde du modèle de vitesse, en étant basée sur le même principe que les ondes réfléchies dans une acquisition en surface. Cette inversion est robuste vis-à-vis du modèle de vitesse initial. Les ondes réfléchies peuvent également être inversées suivant le même schéma. Elles peuvent être d'une certaine utilité quand les réflecteurs sont plus profonds que les puits verticaux, ce qui n'a pas été étudié ici.

## Chapitre 5

# Application à un jeu de données réelles 2-D.

### Sommaire

5.1	Résumé . . . . .	134
5.2	Article – Application à des données terrestres . . . . .	135
5.3	Introduction . . . . .	135
5.4	Extended model and application on simple models . . . . .	138
5.4.1	Extended model . . . . .	138
5.4.2	Derivation of CIGs . . . . .	138
5.4.3	Application to reflected waves . . . . .	139
5.4.4	Gradient artifacts removal . . . . .	139
5.4.5	Transmitted waves in MVA . . . . .	142
5.5	Application to 2-D land data . . . . .	143
5.5.1	Acquisition and data pre-processing . . . . .	143
5.5.2	Validity test – computation of CIGs in homogeneous velocity models . . . . .	144
5.5.3	Validity test – associated gradients . . . . .	144
5.5.4	Migration Velocity Analysis using reflected waves from the tomographic model . . . . .	147
5.5.5	Migration of direct and reflected waves . . . . .	152
5.6	Discussion . . . . .	154
5.7	Conclusion . . . . .	154
5.8	Acknowledgements . . . . .	155
5.9	Conclusion du chapitre . . . . .	155



## 5.1 Résumé

J'ai eu l'occasion d'appliquer mes algorithmes à des données réelles 2-D lors de mon séjour à Saudi Aramco au printemps 2015 pendant 9 semaines. Ces données sont des données terrestres acquises récemment dans le nord de l'Arabie Saoudite. La configuration d'acquisition a permis d'enregistrer de très basses fréquences, dans l'objectif de faciliter l'application de la méthode d'inversion des formes d'ondes.

Je me suis tout d'abord intéressé à la validation de mon algorithme d'analyse de vitesse par migration en utilisant les ondes réfléchies. Les données transmises, ainsi que les ondes de surface ont été atténuées par l'application de filtres f-k. La migration dite « classique » considérée ici est la première itération du problème inverse consistant à minimiser la différence entre données calculées et observées. Les données sont migrées dans un domaine dit étendu, où un offset en profondeur est introduit. À des positions en surface spécifiques, les CIGs (Common Image Gathers) sont des images en profondeur obtenues en fonction de l'offset en profondeur. Un exemple synthétique dans un milieu simple montre que pour un modèle plus lent, les CIGs associés aux réflecteurs sont courbés vers le bas, tandis que pour une vitesse trop élevée, les CIGs sont courbés vers le haut. Quelque soit la vitesse utilisée, des artefacts de migration perturbent les CIGs. L'introduction de la migration quantitative, où des poids obtenus par tracé de rais sont appliqués dans la migration, permet d'atténuer ces artefacts. La prise en compte de la contraction horizontale permet également de réduire les artefacts liés à la présence des réflecteurs dans le gradient. Ce sont les deux ingrédients proposés ici dans le but d'améliorer la robustesse de l'analyse de vitesse par migration basée sur la semblance différentielle.

En utilisant uniquement les ondes réfléchies, j'ai alors montré l'apport de la migration quantitative dans le but d'atténuer les artefacts de migration. Pour cela, à partir d'un modèle lisse obtenu par tomographie des premières arrivées, j'ai eu accès aux bornes de vitesse dans la zone considérée. À partir de ces valeurs, j'ai utilisé des milieux homogènes correspondant à ces deux bornes. Les formes des CIGs suivent celles prédites par la théorie dans des milieux tabulaires simples, présentées dans la première partie de l'article. À partir de ces CIGs, l'introduction de la contraction horizontale permet aux gradients d'être cohérents avec les attentes, que ce soit avec une migration classique ou une migration quantitative. En comparant les gradients de la fonction coût dans le domaine image, l'apport de la migration quantitative apparaît principalement quand le modèle de vitesse est trop rapide.

Une inversion a été menée en considérant comme modèle initial un milieu homogène trop lent. Après quelques itérations, l'image migrée est améliorée. Afin de favoriser la mise à jour du modèle profond, un préconditionneur est introduit dans l'inversion après quelques itérations. L'image de la subsurface est alors mieux focalisée autour de l'offset en profondeur nul après inversion.

Finalement, à partir du modèle de vitesse des premières arrivées, l'inversion de données contenant ondes transmises et ondes réfléchies permet, à l'aide d'une migration classique, de mettre à jour la partie peu profonde du modèle grâce à l'énergie dominante des ondes directes. À l'aide d'une migration quantitative, les ondes transmises sont largement atténuées par l'application des pondérations dans la migration, et les ondes réfléchies peuvent être utilisées afin de mettre à jour la partie plus profonde du modèle. Une méthode hiérarchique pourrait alors permettre,

à partir d'un jeu de données comportant ondes transmises et réfléchies, d'appliquer d'abord une migration classique afin de mettre à jour la partie peu profonde, suivie d'une migration quantitative qui permet de mettre à jour la partie plus profonde.

## 5.2 Article – Application à des données terrestres

**Ingredients for making Migration Velocity  
Analysis applicable to land data**

Charles-Antoine Lameloise<sup>1</sup>, Hervé Chauris<sup>1</sup> and Thierry Tonellot<sup>2</sup>

1. MINES Paristech, PSL – Research University, Centre de Géosciences,  
35 rue St Honoré 77300 Fontainebleau, France.
2. Expec Advanced Research Center, Saudi Aramco, Dhahran.

*In preparation for submission to Journal of Applied Geophysics*

### Summary

Migration velocity analysis is an automatic method to retrieve the macromodel or background velocity model from seismic data. In practice, it has not so often been applied to real data sets, due to its high sensitivity to noise and computation cost. We apply here migration velocity analysis to a 2-D land data set acquired in Saudi Arabia. The main ingredients for a successful application are first the introduction of a quantitative migration scheme to compensate for illumination variations and to remove migration smiles in the common image gathers. Secondly, the well-known artifacts on the gradients using differential semblance optimization are attenuated by introducing a horizontal contraction in common image gathers. Finally, transmitted waves are introduced in the velocity analysis. These waves, intensively used in full waveform inversion, bring useful information for the update of the shallow part of the velocity model. The transmitted events in the real data are thus inverted following the same strategy as for reflected waves.

### keywords

Migration Velocity Analysis – Quantitative migration – Transmitted waves – Land data

## 5.3 Introduction

The derivation of the velocity model remains challenging in seismic imaging, due to the non-linearity of the inverse problem (Jannane et al., 1989). An accurate macromodel is needed to image geological structures at the correct position in the subsurface during depth imaging. To derive this macromodel, historical methods based on traveltimes have been developed, such as the ones using transmitted waves (Zelt and Barton, 1998) or reflections (Bishop et al., 1985). Even if these methods are now more and more automated in the exploration industry, recent

methods are generally based on complete wave fields. The robustness is improved and the physics of wave propagation is better reproduced, especially in the case of complex geology (Sava et al., 2005). The methods can be formulated in the data domain or in the image domain. In the data domain, we refer in particular to migration based travel time (MBTT) (Chavent et al., 1994) and to correlation-based misfit functionals (Luo and Schuster, 1991; Van Leeuwen and Mulder, 2010; Wang et al., 2014). Based on the same principle as MBTT, reflection full waveform inversion (RFWI) (Xu et al., 2012) or joint full waveform inversion (JFWI) (Zhou et al., 2015) are new methods to retrieve the background velocity model. In the image domain, we refer to migration velocity analysis (MVA). Historically, this method is derived using surface-oriented differential semblance optimization (DSO) (Symes and Carazzone, 1991; Symes, 2008b), where the data redundancy is used. Using the correct velocity model, the migrated images should be kinematically consistent in all domains (Al-Yahya, 1989). A depth-oriented formulation has then been introduced, where an additional parameter independent of the acquisition is introduced. It can be a spatial (Shen et al., 2003), time delay (Yang and Sava, 2011), as well as scattering angle parameter (Sava and Fomel, 2003). In this method, depth migration is performed using a background velocity model to produce the full stacked migrated image. Here, a spatial delay called subsurface offset is introduced. At specific surface positions, depth images as a function of the subsurface offset are obtained, called common image gathers (CIGs). An objective function then penalizes the residuals in CIGs related to the error in the velocity model. In case of a surface-oriented formulation, it is based on the derivative with respect to the surface offset, which is supposed to be zero for the correct velocity model. For the depth-oriented DSO, a classical formulation considers the multiplication by the subsurface offset as an annihilator (Shen et al., 2003; Symes, 2008b). Contrary to full waveform inversion (FWI), the objective function exhibits smooth behaviour with respect to the background velocity (Symes, 2008b). It is a robust tool, often applied on synthetic models.

The applications of MVA based on DSO on real data published in the literature are rather rare and all consider marine datasets. Only 2-D or very small 3-D data sets (for example Fei et al. (2009)) have been inverted. We can cite the applications of Symes and Carazzone (1991); Chauris and Noble (2001); Mulder and ten Kroode (2002); Shen and Symes (2008); Mulder (2014); Weibull and Arntsen (2014). The first three cited examples consider a surface-oriented DSO, where the redundant parameter is the source index in Symes and Carazzone (1991) and the surface offset in Chauris and Noble (2001) and Mulder and ten Kroode (2002). The last three examples consider the depth-oriented DSO, where a subsurface offset is introduced. In these applications to marine data, only reflected energy is inverted. The preprocessing is thus a very crucial step. Direct arrival and multiple reflections are removed. Multiples are known to be a source of problems in MVA and they can be additionally handled using a multiple filter inside the DSO cost functional (Mulder and ten Kroode, 2002).

One reason for few successful applications is due to MVA's high sensitivity to noise (Kern and Symes, 1994; Lambaré and Allemand, 2015). In the surface-oriented formulation, the linear noise not associated with real reflections is addressed by introducing a derivative with respect to the surface offset. In Chauris and Noble (2001), a key processing step was the filtering of

dipping events in CIGs in the f-k domain. In the depth-oriented analyses of [Mulder \(2014\)](#) or [Lameloise et al. \(2015\)](#), the migration smiles, perturbing the CIGs, are analysed. Without picking, real events corresponding to reflections and artifacts are part of the residual moveout, and the computed gradient is affected by these artifacts. A modified objective function can help reduce the effect of artifacts close to the solution ([Mulder, 2014](#)). Recently, a quantitative migration, based on an asymptotic linearized inversion, has been introduced to remove migration smiles in the CIGs ([Lameloise et al., 2015](#)). This migration, robust on synthetic datasets, leads to more homogeneous gradients. This is a cheaper alternative to expensive iterative migration ([Liu et al., 2014](#); [Chauris et al., 2015](#)).

Another reason why MVA applications are rare is the high computation cost because of the large number of iterations and the introduction of the subsurface offset, especially in 3-D ([Duveneck, 2013](#)). Alternatives like common-image-point (CIP) gathers sparsely constructed on the reflection event ([Yang and Sava, 2015](#)) or efficient matrix-vector products ([van Leeuwen et al., 2015](#)) have been developed as economical alternatives to the computation of CIGs.

Other problems related to MVA based on DSO have recently been pointed out and analysed, such as the gradient artifacts in the case of discontinuous reflectivity ([Vyas and Tang, 2010](#); [Fei and Williamson, 2010](#); [Chauris and Lameloise, 2014](#)). Following [Fei and Williamson \(2010\)](#) or [Shen and Symes \(2015\)](#), the concept of horizontal contraction is introduced to remove these reflector-related artifacts on the gradients. [Fei and Williamson \(2010\)](#) formulated the need for a  $90^\circ$  shift to compensate for the phase difference between the CIGs and their perturbation. Then the difference between the horizontal contracted shape and the original one can be approximated by the derivative with respect to the subsurface offset, and gives a way to introduce the phase shift ([Shen and Symes, 2015](#)).

Classical MVA is based on reflected waves only. Waves other than primaries must be muted, because this method is based on the Born approximation (single scattering). However, the kinematics of transmitted waves can be accurately reproduced with the Born approximation using a smooth reflectivity function. Recent work on synthetic examples shows that transmitted waves can be used in MVA ([Shen, 2013](#); [Chauris et al., 2013](#); [Lameloise and Chauris, 2015](#)). It thus opens a new opportunity to better constrain the velocity model by updating the shallow model, as in waveform tomography.

MVA can be used to estimate a velocity model from a simple initial velocity model, i.e. homogeneous model, or it can also be used to improve an existing velocity model derived for example from ray-based tomography. In this paper, we validate our method on real data by using initial homogeneous velocity models that we know to be too slow or too fast. Then, a velocity model obtained from first arrival traveltime tomography (FATT) ([Zelt and Barton \(1998\)](#), [Taillandier et al. \(2009\)](#)) is used as an alternative initial velocity model.

Here, we review the concept of an extended domain and its associated objective function. We first show the expected results on simple synthetic models. It helps to interpret the results on real data by considering canonical shapes in CIGs. We then apply this method to a real land data set, containing only reflected waves. In the last section, the shot gathers containing transmitted and reflected waves are used to update the shallow part of the velocity model.

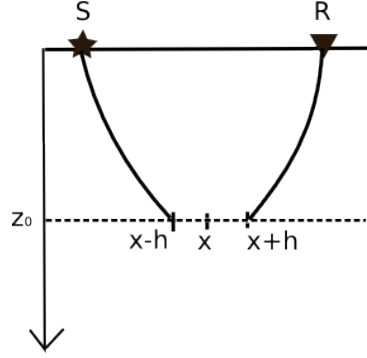


FIGURE 5.1 – Horizontal subsurface offset  $h$  introduced at the point  $x$  at the depth of the reflector  $z_0$ .

## 5.4 Extended model and application on simple models

### 5.4.1 Extended model

Following Symes (2008b), the concept of an extended model is reviewed here. An additional parameter is introduced in the imaging condition, in order to keep the same dimensions in the data and in the model domains. We consider here a horizontal spatial shift, called subsurface offset. The focusing of energy will then be used to evaluate a kinematically consistent velocity model, based on DSO (Symes and Carazzone, 1991; Shen et al., 2003; Mulder, 2014). If the velocity model used in the migration is inaccurate, energy is spread in the CIGs, which are imaged in depth at specific surface locations as a function of the extended parameter. Focusing of energy in CIGs around the zero subsurface offset means that a consistent velocity model has been obtained.

In theory, migrated reflected data with the correct velocity model focuses in CIGs at zero subsurface offset for the correct depth. In practice, because of imperfect acquisition geometry (limited sources and receivers), migration smiles are visible even if proper tapers are applied (Mulder, 2014; Lameloise et al., 2015). Here, based on simple synthetic examples, we show that quantitative migration applied to reflected waves improves the CIGs by removing the migration smiles. The analysis to derive the weights applied in quantitative migration is based on high frequency asymptotics and can be found in Lameloise et al. (2015). The strategy consists of compensating for the geometrical spreading and more importantly for uneven illumination of the subsurface. In this paper we only show the results on a synthetic two-layer homogeneous velocity model.

In Shen (2013) or Chauris et al. (2013), it has been shown that transmitted waves can be used in the same way as reflected ones in MVA using an extended model. We also display the associated CIGs, which show defocused energy for incorrect velocity models. They can then be used for a subsequent velocity analysis to update the shallow part of the velocity model, because of the limited penetration of these waves.

### 5.4.2 Derivation of CIGs

Using the same strategy as Lailly (1983) and Tarantola (1984), who consider migration as an inverse problem, the data are backpropagated in an extended model including the subsurface

offset  $\mathbf{h}$ . The extended image volume is defined as

$$\mathcal{I}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = \int d\omega \omega^2 S^*(\omega) \iint ds d\mathbf{r} G_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) P^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) G_0^*(\mathbf{r}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega), \quad (5.1)$$

where  $\mathbf{x}$  represents the 2-D coordinates  $(x, z)$ ,  $\mathbf{h}$  the subsurface offset, considered here horizontal.  $G_0$  are the Green's functions computed in the model  $c_0(\mathbf{x})$ ,  $(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)$  being the source and receiver coordinates and the angular frequency.  $S$  is the source signature.

The image domain objective function introduced here is

$$J = \frac{1}{2} \frac{\|hI\|^2}{\|I\|^2} \quad (5.2)$$

A classical objective function simply penalizes the unfocused energy by multiplying the CIG by the norm of the subsurface offset (Shen et al., 2003) (numerator in eq. 5.2). Here, we introduce a normalization by the energy of the CIG, to attenuate the effect of amplitude variations. The gradient of the objective function with respect to the velocity is computed using the adjoint-state method, where the error term represented by  $\partial J / \partial I$ , is used to compute the adjoint source and receiver wave fields (Plessix, 2006). The velocity model is then updated according to

$$v_{n+1} = v_n - \alpha \partial J / \partial v, \quad (5.3)$$

where  $v$  is the velocity model.  $\alpha$  is obtained by a line search and is by definition a real positive number.

From eq. (5.3), a negative (or positive) gradient means an update direction towards higher (or lower) velocity. In case of a synthetic homogeneous velocity model with an interface, the gradient is expected to be homogeneous between the reflector and the surface. We investigate this aspect in the next section.

### 5.4.3 Application to reflected waves

As a first synthetic test, the velocity model is homogeneous at 3000 m/s. Two reflectors are positioned at depths of 600 m and 900 m. The discretisation grid is 15 m by 15 m. The three migration velocity models are 2500 m/s, 3000 m/s and 3500 m/s. The CIGs are first computed using classical migration, following eq. (5.1). In fact, classical migration can be seen as the application of the adjoint of the Born operator to the observed data (Symes, 2008b). The CIGs with the different velocities are displayed in Fig. 5.2. Whichever the migration velocity, migration smiles perturb the CIGs. These artifacts exhibit the same upward curvature. To remove this undesired energy, quantitative migration has been introduced and extended to the subsurface offset case, where weights derived from ray theory are applied in the migration (Lameloise et al., 2015). The associated CIGs are then free of migration artifacts (Fig. 5.3).

### 5.4.4 Gradient artifacts removal

The gradient of the objective function with respect to velocity gives the update direction. The gradient has the correct sign (blue means negative, red means positive), but at the location of

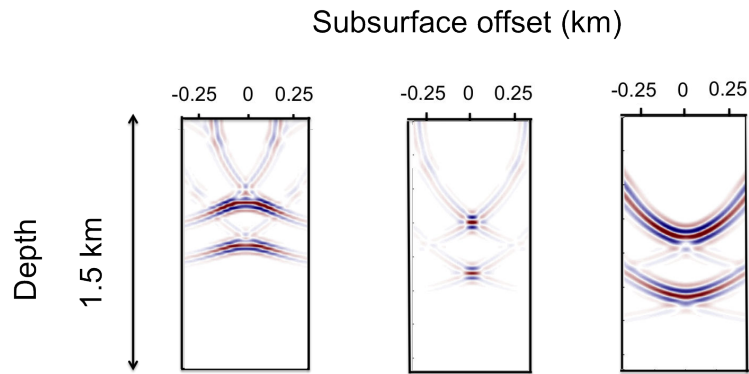


FIGURE 5.2 – Central CIGs using reflected waves associated with the two-reflector model for a too slow velocity model (left), the correct model (middle) and a too fast velocity model (right). Classical migration is used.

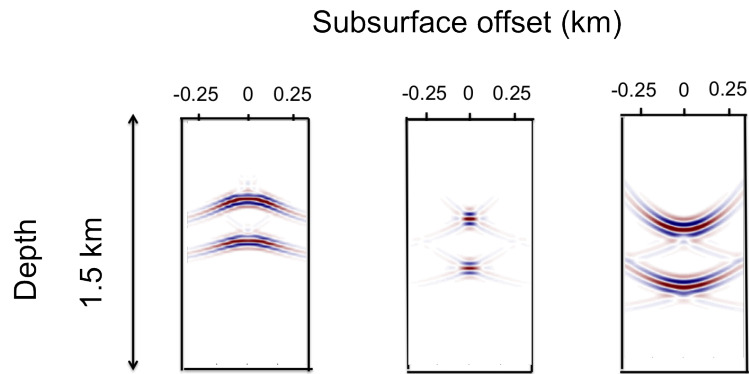


FIGURE 5.3 – Central CIGs using reflected waves associated with the two-reflector model for a too slow velocity model (left), the correct model (middle) and a too fast velocity model (right). Quantitative migration is used.

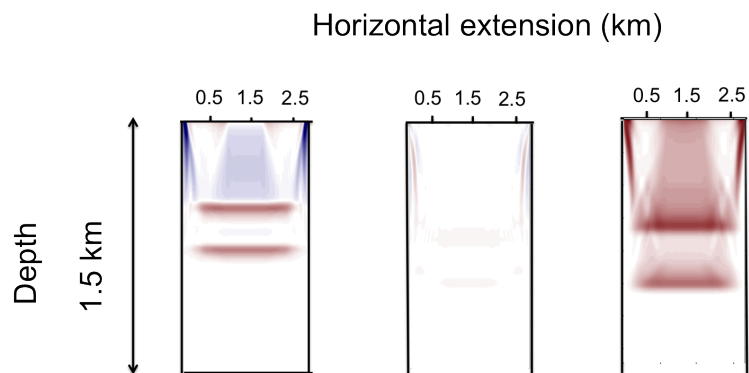


FIGURE 5.4 – Gradients using reflected waves associated with the two-reflector model for a too slow velocity model (left), the correct model (middle) and a too fast velocity model (right). The images share the same color scale.



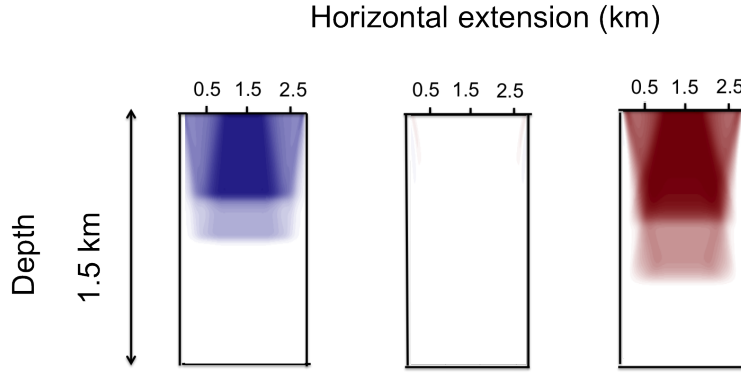


FIGURE 5.5 – Gradients using reflected waves associated with the two-reflector model for a too slow velocity model (left), the correct model (middle) and a too fast velocity model (right). Horizontal contraction (Shen and Symes, 2015) is used in the computation of the gradient. The images share the same color scale.

the reflectors, oscillations remain, especially for a too slow velocity model (Fig. 5.4). These are the gradient artifacts related to DSO formulation.

According to Kern and Symes (1994) or Symes (2015), migration should be replaced by inversion to obtain a more data-consistent gradient; MVA becomes then inversion velocity analysis (IVA). In the extended model, it consists of optimising the reflectivity perturbation in an inner loop before updating the background model. The reflectivity perturbation can be obtained iteratively (Huang and Symes, 2015). It allows to remove the artifacts in both CIGs due to limited acquisition aperture (and uneven illumination) and in gradients of the image-domain objective function at the reflector’s location (Liu et al., 2014). Symes (2008a) proposed a combination of scaling and Laplace filtering as an approximate inversion. This method is more costly, because of the need of remigrating resimulated data. In the framework of MVA, an approximate inverse of the Born operator is given in Hou and Symes (2015), following the same strategy as ten Kroode (2012). With the same idea, to avoid the extra cost of an iterative method, we perform here the quantitative migration to remove migration smiles. Fei and Williamson (2010) formulated the need of a  $90^\circ$  shift to compensate for the phase difference between the CIGs and their perturbation. The derivative of the objective function with respect to the migrated image  $I$ , classically  $h^2 I$  (when no normalization is applied in the objective function as in eq. 5.2), should also contain a phase shift, and a derivative with respect to the subsurface offset introduces this phase shift. The introduced derivative term is thus  $-|h|^2 \partial_{|h|} I$  (Shen and Symes, 2015). Using this formulation, the gradients are more homogeneous and exhibit the correct sign, even at the position of the reflectors (Fig. 5.5). Similar results can be found in Lameloise et al. (2015) for a heterogeneous velocity model.

The synthetic results presented here show that quantitative migration combined with a horizontal contraction along the subsurface offset are needed for a homogeneous update, in order to respectively attenuate the migration smiles in the CIGs and remove the gradient artifact effects at the position of the reflectors without extra computation cost. In the next section, we investigate how transmitted waves can be used in MVA in the same way as reflected waves.



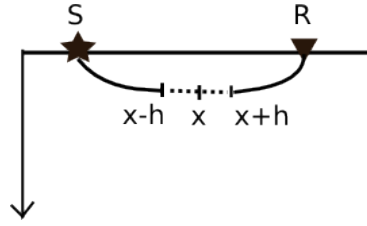
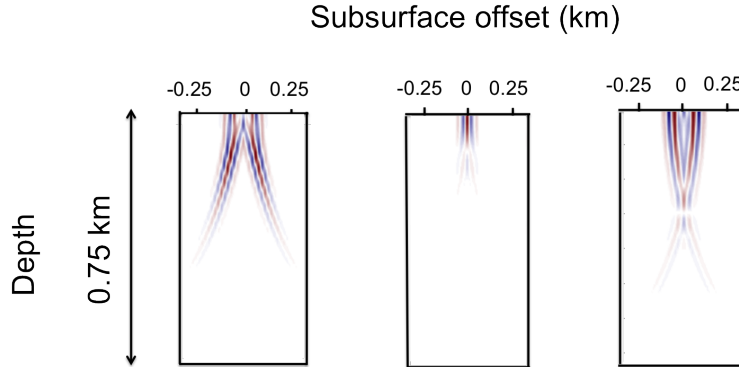
FIGURE 5.6 – Subsurface offset applied to the point  $x$  in the case of transmitted waves.

FIGURE 5.7 – Central CIGs using direct waves in a too slow velocity model (left), the correct velocity model (middle) and a too fast velocity model (right).

#### 5.4.5 Transmitted waves in MVA

It has been shown in Shen (2013) or Chauris et al. (2013) that transmitted waves can be used to update the shallow part of the velocity model. Associated CIGs indeed exhibit unfocused energy for incorrect velocities. This residual can be used to update the velocity model.

The same horizontal subsurface offset can be introduced in the imaging condition for transmitted waves (Fig. 5.6). Classical migration is used, because of the migration weights introduced in quantitative migration (Métivier et al., 2015). It has been indeed shown in Zhang et al. (2007) that whatever the migration (common-angle, common-offset ...), the weight introduced for a true-amplitude scheme depends on the cosine angle, thus penalizing the waves with more horizontal trajectories, i.e. transmitted waves.

Direct waves are inverted in a homogeneous model (Fig. 5.7). The correct velocity is 3000 m/s, and the tested migration velocities are the same as for reflected waves. For the correct velocity model, the energy is localised around the zero subsurface offset (Fig. 5.7, middle). The energy in CIGs focuses in an illumination zone from the surface to the maximum penetration depth of transmitted waves. They are indeed not associated with a particular reflector. As for reflected energy, this unfocused energy can be used with the same objective function to update the shallow part of the velocity model. Diving waves have the same behaviour, albeit with a higher penetration (Chauris et al., 2013).

This last synthetic part shows that transmitted waves can be used in MVA, using classical migration, to update the shallow part of the velocity model. This aspect, as well as the use of reflected waves, are applied on 2-D land data in the next section.

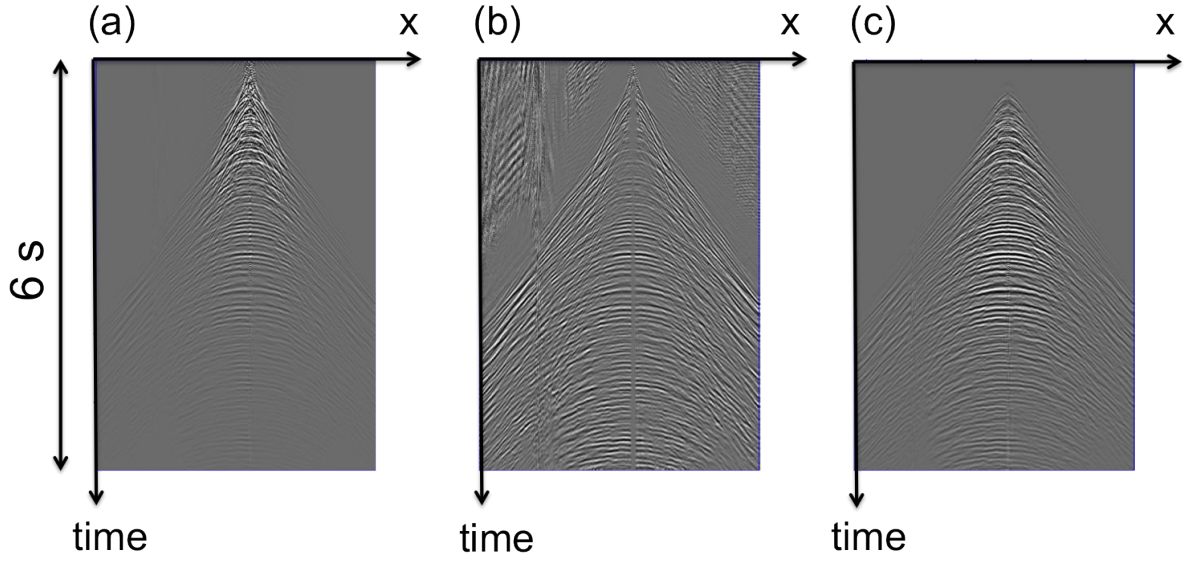


FIGURE 5.8 – Shot gather in the center of the profile ( $x_S = 11.25$  km). (a) Raw shot ; (b) raw shot with the AGC applied and (c) shot without transmitted arrivals.

## 5.5 Application to 2-D land data

### 5.5.1 Acquisition and data pre-processing

The seismic line under consideration was recently acquired in the Northern part of Saudi Arabia, as part of a test aiming at acquiring very good quality low frequency data for FWI (Tonellot et al., 2015). Acquisition was performed over an active spread of 24 receiver lines spaced by 125 m. Each receiver line consisted of 1026 receiver group with 25 m group interval. An array of 9 geophones was used for each receiver group. 800 shots spaced by 25 m were acquired in the center of the spread using 10 vibrators per shot and a 24 s non linear sweep in the interval 1.5 to 120 Hz. Surface waves were removed using 3-D f-k filter in the shot and receiver domains. The two center lines of the spread were then summed to generate 800 2-D shot gathers. Fig. 5.8(a) shows the shot at the center of the section. Fig. 5.8(b) shows the same shot with Automatic Gain Control (AGC) applied, to increase the energy of the deeper events. Fig. 5.8(c) shows the same shot with application of further f-k filter to remove transmitted waves and time-variant amplitude scaling. The shot displayed in Fig. 5.8(b) (with AGC applied) is used to investigate the introduction of transmitted waves in MVA (last section), whereas data with muted transmitted waves (Fig. 5.8c) is used to compare the results of inverting reflected waves using classical and quantitative migration (next section).

This particular acquisition has been designed to improve the signal to noise ratio of low frequencies, and thus to facilitate FWI convergence. When increasing the number of vibrators, it has been shown that signal/noise ratio is dramatically improved (Tonellot et al., 2015). The initial model is laterally invariant and was obtained from first-arrival traveltime tomography (FATT, Zelt and Barton (1998); Taillandier et al. (2009)). This model respects only the kinematics of the first arrivals.

CIGs are initially computed using data without transmitted events. They normally comprise

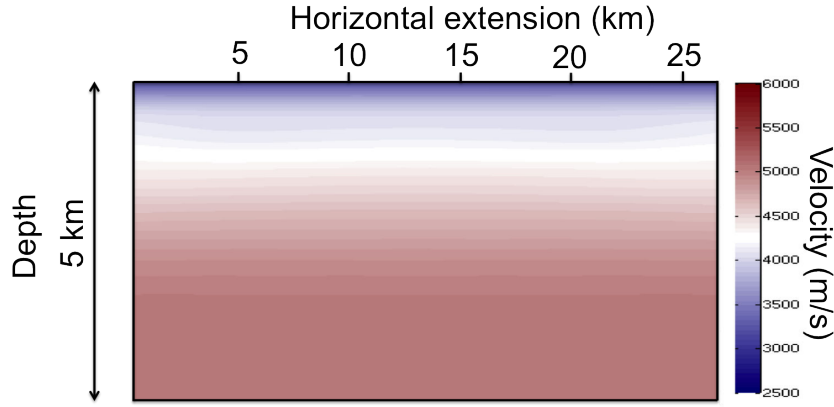


FIGURE 5.9 – 1D Velocity model obtained after first arrival traveltimes tomography.

mainly reflected waves. As a validity test, homogeneous too slow or too fast velocity models are considered, in order to check if the events in CIG's associated with incorrect velocity models are similar to the ones from the synthetic case.

### 5.5.2 Validity test – computation of CIGs in homogeneous velocity models

CIGs are calculated every 25 m to obtain good coverage of the model. As a first test, they are computed using models known to be too slow or too fast. The event curvatures should change, in a similar manner to the ones in synthetic tests (Figs 5.2 and 5.3), showing a dependency of the model on velocity variations. A homogeneous velocity model of 2500 m/s is first used in the migration. CIGs at different surface locations are displayed in Fig. 5.10. Their shapes are consistent with the theory, i.e. curved downwards, meaning a too slow velocity model. Using classical migration, migration smiles appear in the shallow part of the CIGs (black circle in Fig. 5.10, left) . Consistent with the synthetic example, quantitative migration removes these artifacts (Fig. 5.11).

In a second test, the initial velocity model is a homogeneous 6000 m/s. The classical CIGs are displayed in Fig. 5.12. Similar to the synthetic example, for a too high migration velocity, the CIGs are curved upwards. The shallow part is clearly affected by migration smiles (black ellipses in Fig. 5.12, left) that are lessened with quantitative migration (Fig. 5.13).

In this section, we confirm that CIGs obtained with classical or quantitative migration are sensitive to velocity variations and exhibit the predicted curvature. In the next section, the associated gradients are shown. They are indeed key elements in the velocity analysis because they provide the direction of the first velocity update.

### 5.5.3 Validity test – associated gradients

The gradients associated with the two different migrations are displayed in Figs 5.14 and 5.15 for the too slow and too fast homogeneous initial velocity models respectively. In the two cases, the gradients are not laterally homogeneous, meaning that the velocity model is laterally varying. For the slow velocity model, the artifacts in CIGs are located around zero subsurface offset

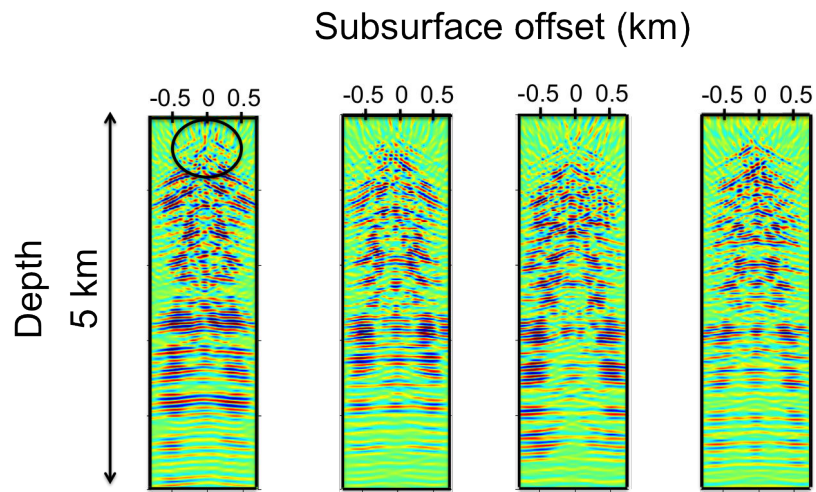


FIGURE 5.10 – CIGs computed with classical migration using a homogeneous model of 2500 m/s (too slow). The surface positions of the CIGs are, from left to right  $x = 6.25$  km,  $x = 11.25$  km,  $x = 16.25$  km and  $x = 21.25$  km. The black circle shows the migration artifacts.

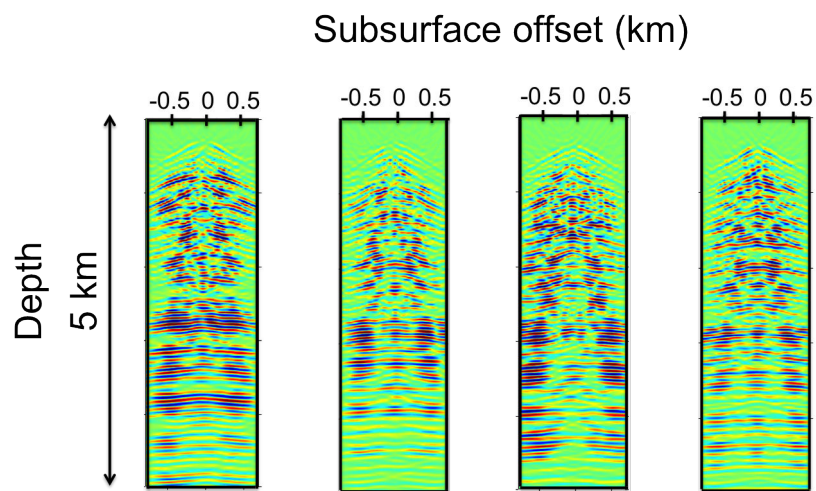


FIGURE 5.11 – CIGs computed with quantitative migration using a homogeneous model of 2500 m/s (too slow). From left to right, it represents the surface positions  $x = 6.25$  km,  $x = 11.25$  km,  $x = 16.25$  km and  $x = 21.25$  km.

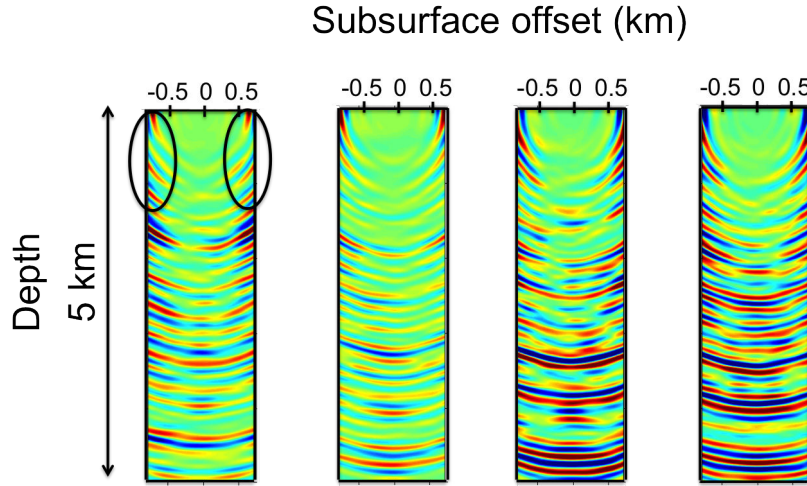


FIGURE 5.12 – CIGs computed with classical migration using a homogeneous model of 6000 m/s (too fast). The surface positions of the CIGs are, from left to right,  $x = 6.25$  km,  $x = 11.25$  km,  $x = 16.25$  km and  $x = 21.25$  km. The black circles show the migration artifacts.

(Fig. 5.10). The gradients using classical and quantitative migration are thus similar (Fig. 5.14). However, the shallow part is more continuous using quantitative migration. With the fast velocity model, the gradient is more homogeneous with quantitative migration and its penetration is higher (Fig. 5.15). Moreover, using classical migration, a horizontal stripping appears. This is not related to the DSO formulation, because horizontal contraction is used. This is rather due to the energy in CIGs that reach the edges of the CIGs at large subsurface offset values (Fig. 5.12). The horizontal extension of the CIGs is indeed limited for a lower computation cost. Oscillations in the gradient are thus created, which can slow down the convergence towards the optimal solution.

From these two tests, we conclude that the shape of events in CIGs is consistent with the theory. Moreover, quantitative migration, associated with horizontal contraction along the subsurface offset in CIG's provides a gradient that can be used for subsequent velocity updates.

Using quantitative migration, 7 non-linear conjugate gradient iterations have been performed, starting from the homogeneous velocity model of 2500 m/s. The gradients are smoothed, in order to update only the long wavelengths in the background velocity model. The initial reflectivity section  $\mathcal{I}(\mathbf{x}, h = 0)$  is depicted in Fig. 5.18, whereas the one after 7 iterations is displayed in Fig. 5.19. The associated velocity model (Fig. 5.21a) shows that events are more continuous and the energy is better focused after inversion. This inverted model is taken as the initial model for an inversion with preconditioning applied (i.e. a multiplication of the gradient by the depth value). The reflectivity obtained after 7 other iterations is shown in Fig. 5.20 and the corresponding velocity model in Fig. 5.21(b). The corresponding CIGs at  $x = 11.25$  km and at  $x = 21.25$  km are displayed in Figs 5.16 and 5.17 respectively. They correspond, from left to right, to the initial CIG, to the one after inversion without preconditioning and to the one after inversion with preconditioning. The energy in the shallow part is more focused around the zero subsurface offset after inversion. With the preconditioning applied after a few iterations, the deeper energy is more focused, without changing the focused shallow energy. These results have been made possible by the removal of migration smiles using quantitative migration. After inversion, the geological



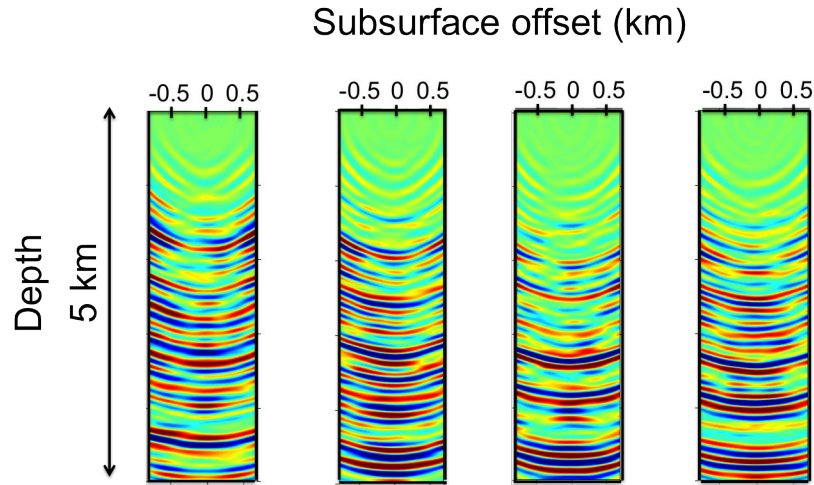


FIGURE 5.13 – CIGs computed with quantitative migration using a homogeneous model of 6000 m/s (too fast). The surface positions of the CIGs are, from left to right,  $x = 6.25$  km,  $x = 11.25$  km,  $x = 16.25$  km and  $x = 21.25$  km.

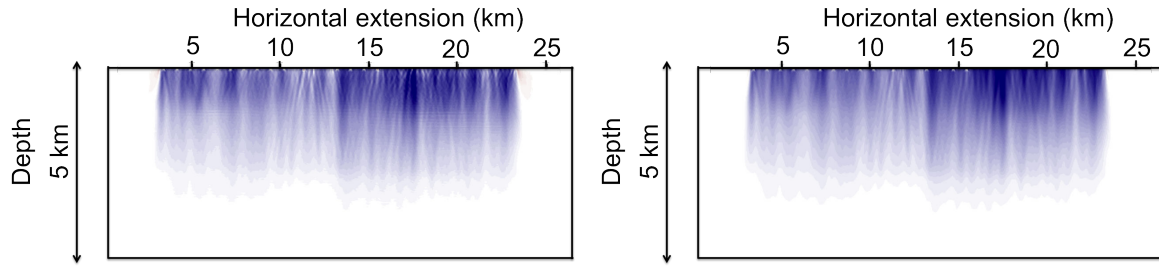


FIGURE 5.14 – Gradient of the image domain objective function (with modified propagated error term) computed with classical (left) and quantitative (right) migration using a homogeneous 2500 m/s starting model.

structures are better focused and the horizons are more continuous (Fig. 5.20).

#### 5.5.4 Migration Velocity Analysis using reflected waves from the tomographic model

The initial velocity model used here is the one derived by first arrival traveltime tomography (FATT, Fig. 5.9). In this method, only the first arrivals are used, and not the reflected waves. CIGs are displayed using classical migration at different surface positions in Fig. 5.22. CIGs exhibit upward curvature, meaning that this model is too fast. Because energy is better focused around the zero subsurface offset, this model is closer to the kinematically-consistent model than the homogeneous ones. This velocity model can then be improved to better focus the energy at the zero subsurface offset. Migration smiles still appear using classical migration, as for synthetic data in homogeneous models (Fig. 5.22). Using quantitative migration, the artifacts are removed, and the shapes are thus associated with velocity error only (Fig. 5.23).

The gradients of the image domain objective function, used in the velocity update, are displayed in Fig. 5.24 using classical (left) and quantitative migration (right).

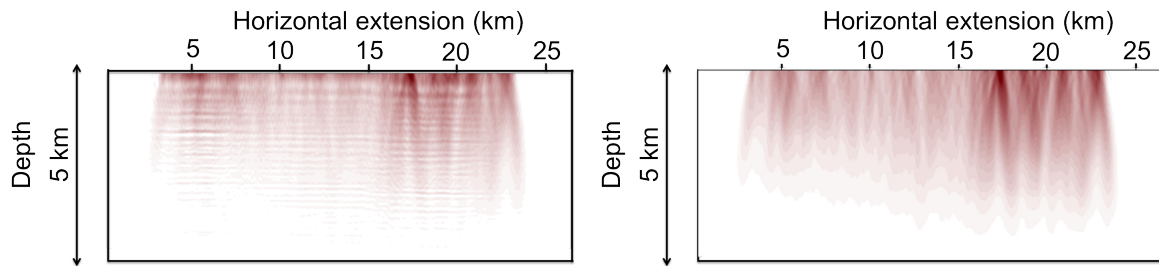


FIGURE 5.15 – Gradient of the image domain objective function (with modified propagated error term) computed with classical (left) and quantitative (right) migration using a homogeneous 6000 m/s starting model.

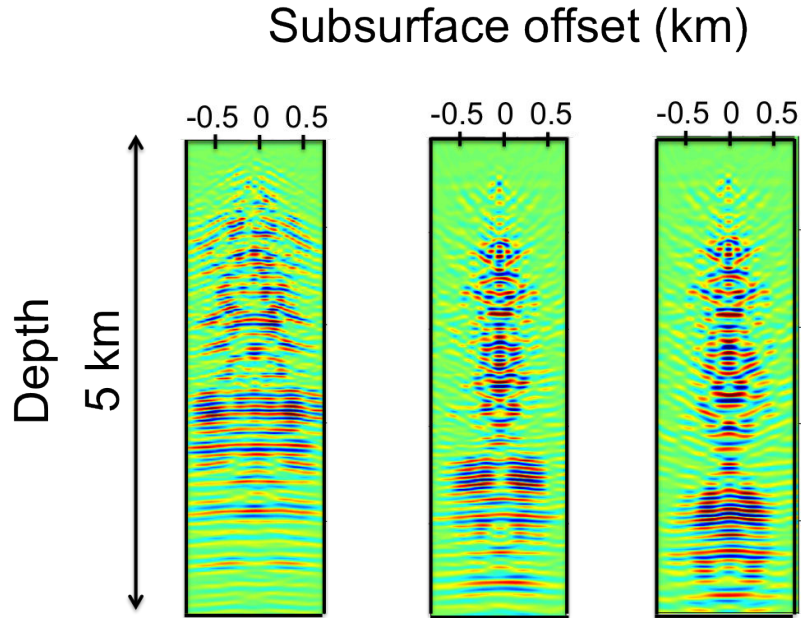


FIGURE 5.16 – CIG at  $x = 11.25$  km using the initial homogeneous velocity model (left), using the one after inversion (see Fig. 5.21, left) (middle) and using the one after preconditioning (see Fig. 5.21, right) (right).

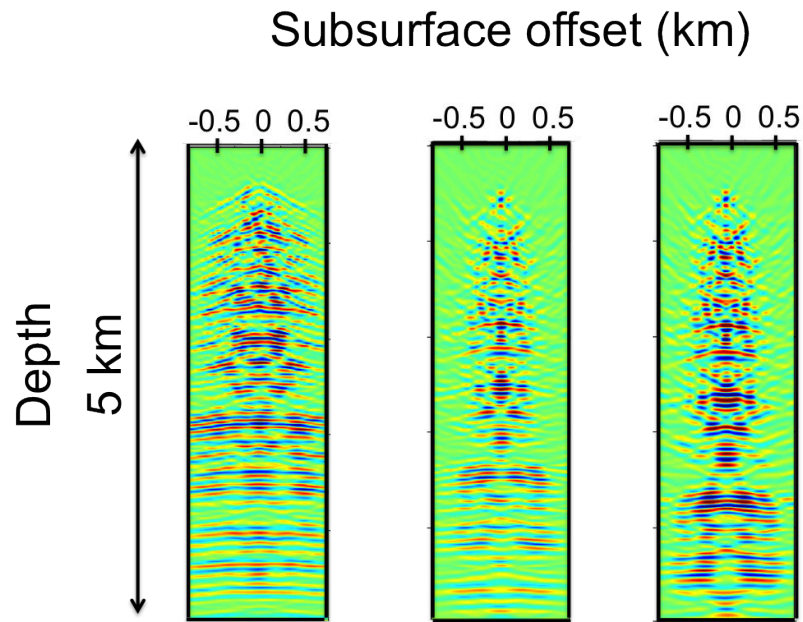


FIGURE 5.17 – CIG at  $x = 21.25$  km using the initial homogeneous velocity model of 2500 m/s (left), using the one after inversion (see Fig. 5.21, left) (middle) and using the one after preconditioning (see Fig. 5.21, right) (right).

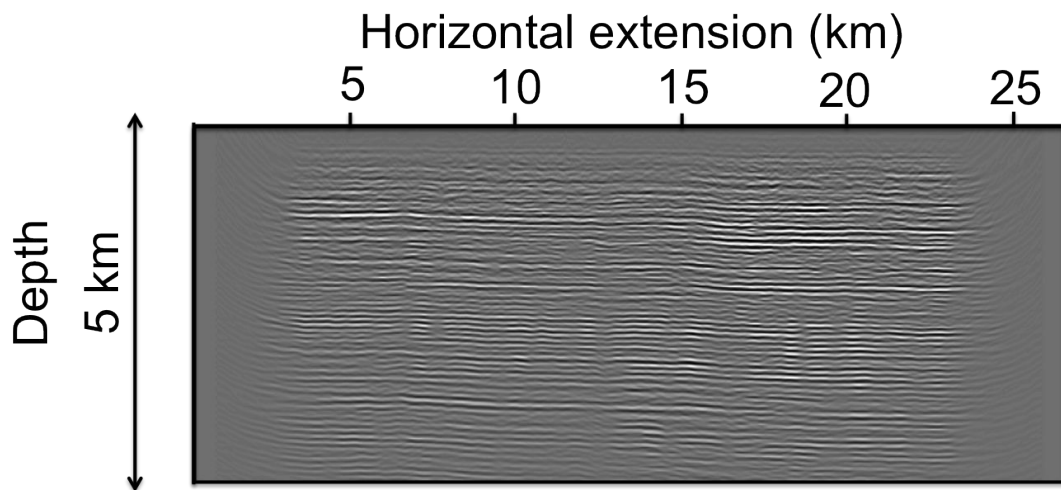


FIGURE 5.18 – Reflectivity image ( $I(x, h = 0)$ ) associated with the initial homogeneous velocity model of 2500 m/s.



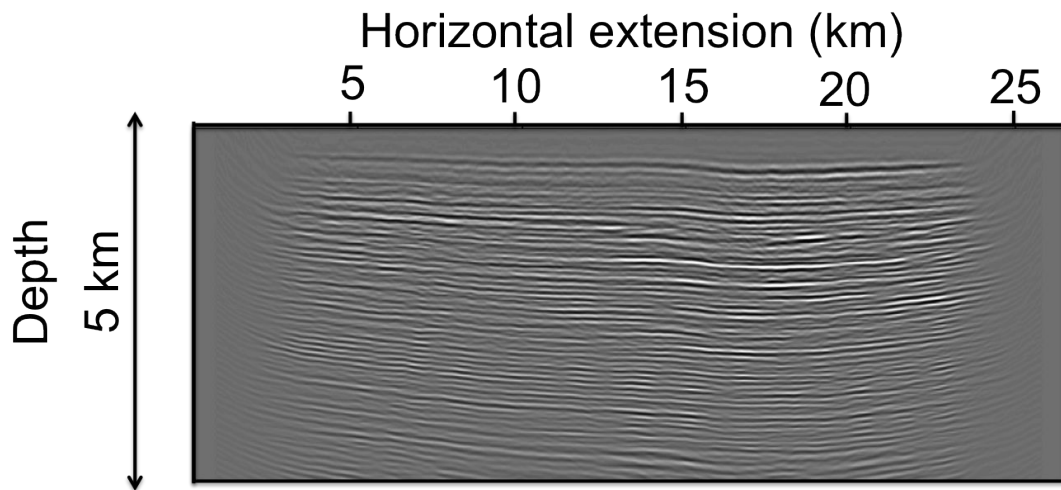


FIGURE 5.19 – Reflectivity image ( $I(x, h = 0)$ ) associated with the velocity model shown in Fig. 5.21, left.

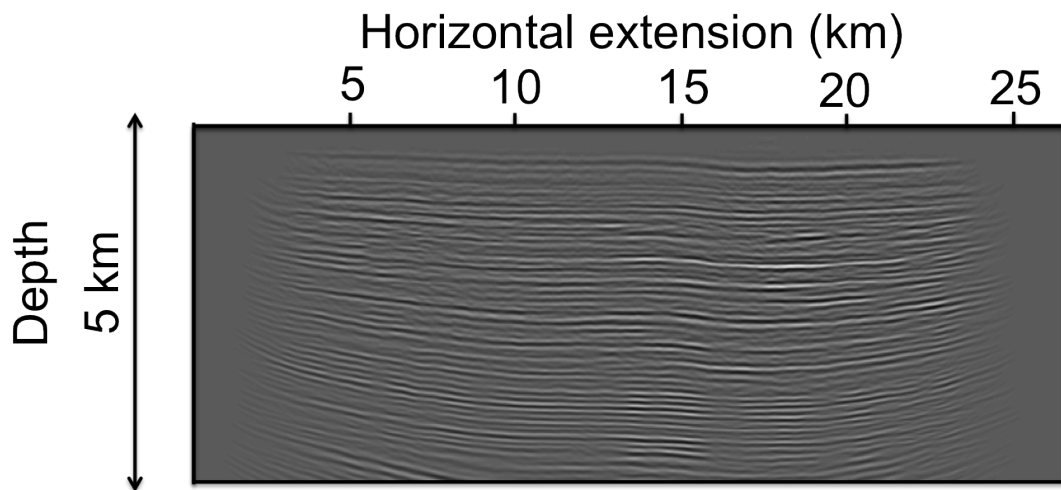


FIGURE 5.20 – Reflectivity image ( $I(x, h = 0)$ ) associated with the velocity model shown in Fig. 5.21, right.

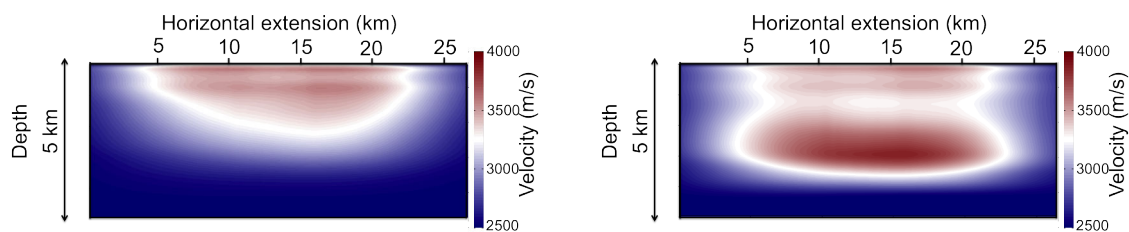


FIGURE 5.21 – Velocity model after inversion without preconditioning (left) and velocity model after inversion using preconditioning (right).

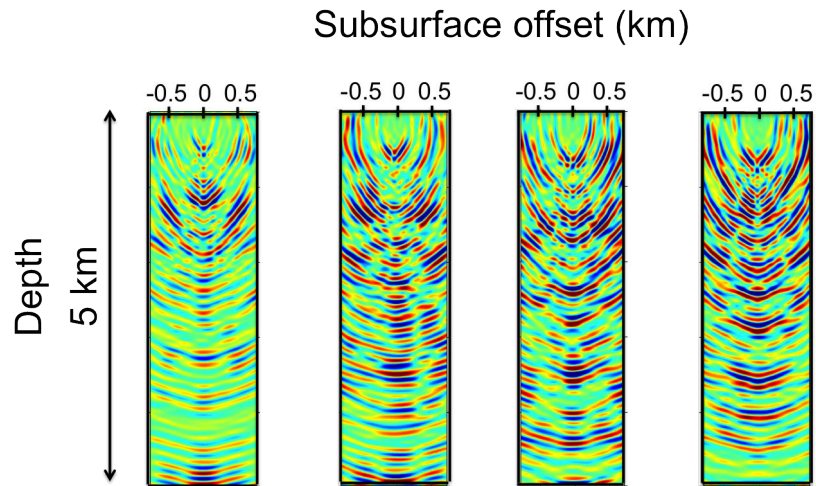


FIGURE 5.22 – CIGs computed with classical migration using the model from traveltime tomography. The surface positions of the CIGs are, from left to right  $x = 6.25$  km,  $x = 11.25$  km,  $x = 16.25$  km and  $x = 21.25$  km.

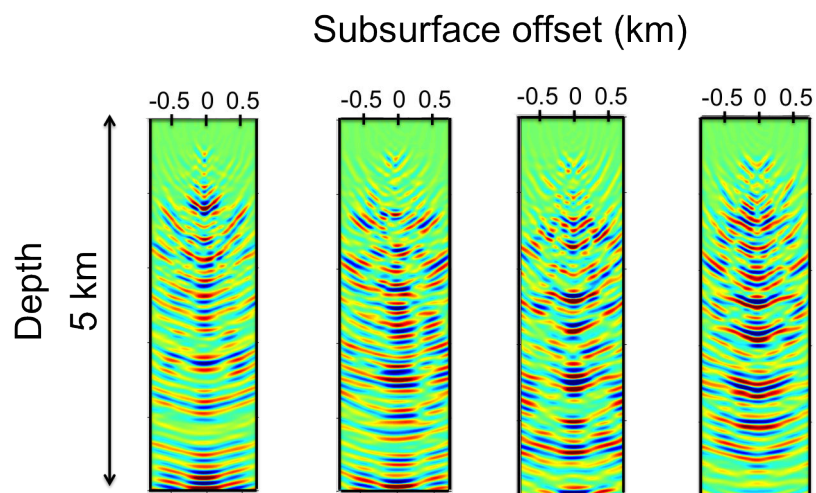


FIGURE 5.23 – CIGs computed with quantitative migration using the model from traveltime tomography. The surface positions of the CIGs are, from left to right  $x = 6.25$  km,  $x = 11.25$  km,  $x = 16.25$  km and  $x = 21.25$  km.

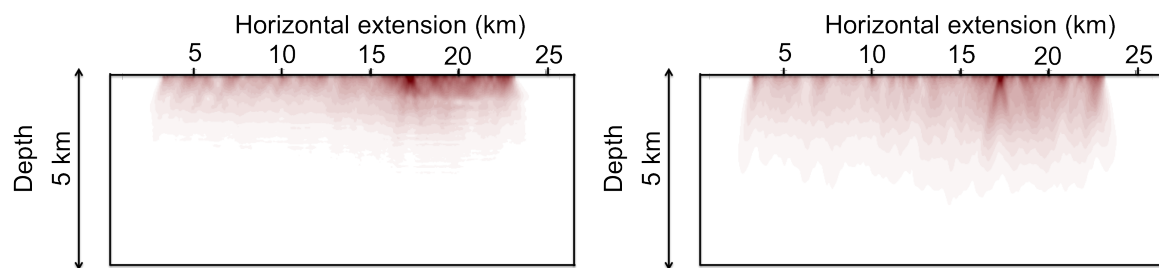


FIGURE 5.24 – Gradients of the image domain objective function (with horizontal contraction) computed with classical (left) and quantitative (right) migration using the model from first arrival traveltime tomography as starting model.

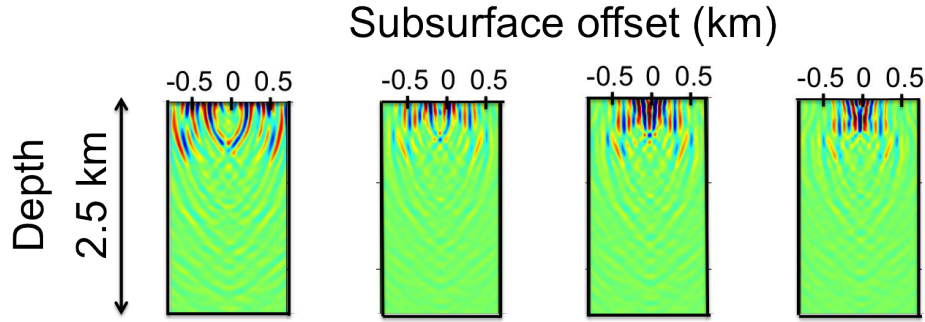


FIGURE 5.25 – CIG at  $x = 11.25$  km computed with classical migration using the model from tomography as starting model, from left to right, the 1st, 2nd, 3rd and 4th iterations respectively.

As for the homogeneous fast model, the gradient penetration is higher using quantitative migration. Moreover, using classical migration, the same layering appears as for the homogeneous fast velocity model, with the migration smiles reaching the edges of CIGs (Fig. 5.22).

In the following section, we investigate how transmitted waves can help to update the velocity model in the shallow part.

### 5.5.5 Migration of direct and reflected waves

The data containing both transmitted and reflected waves are used as input data in this section (Fig. 5.8b). Due to their high energy, transmitted waves dominate the model updates. The shots used in this section have AGC applied (Fig. 5.8). Despite AGC, the energy of transmitted waves is still dominant and this represents most of the energy taken into account in the inversion. The same model from tomography of smaller horizontal and vertical extension is used as initial velocity model. The first 450 shots are thus used to avoid the high energy pattern around 17 km (Fig. 5.24). Using classical migration, the initial CIG and the ones after 4 conjugate gradient iterations are displayed in Fig. 5.25 for the position  $x = 11.25$  km. With the decrease in the velocity in the shallow part, the energy is moving towards the zero subsurface offset. The first gradient is displayed in Fig. 5.26. The penetration depth is shallow, due to the limited maximum surface offset considered here (2.5 km).

These inversion results show that, using the same algorithm, transmitted waves can be used in order to update the velocity model in the shallow part. The sign of the gradient is indeed consistent with the one using reflected waves (previous section).

Quantitative migration is finally applied to these same data. One CIG and its associated gradient are shown in Fig. 5.27. Because of the weight applied in this migration, proportional to the cosine angle, transmitted waves are not imaged. Accordingly, the gradient exhibits a consistent sign, and a deeper penetration (Fig. 5.26).

Using classical migration, transmitted data represent the most energetic part in the CIGs and the shallow part of the model can be updated. Using quantitative migration, reflected waves are emphasized. This is a practical way to separate the contribution of reflected and direct waves. The associated gradients are consistent, i.e. exhibit the same sign. As expected, the updates from classical migration are shallower than the ones from quantitative migration. In the case of shallow

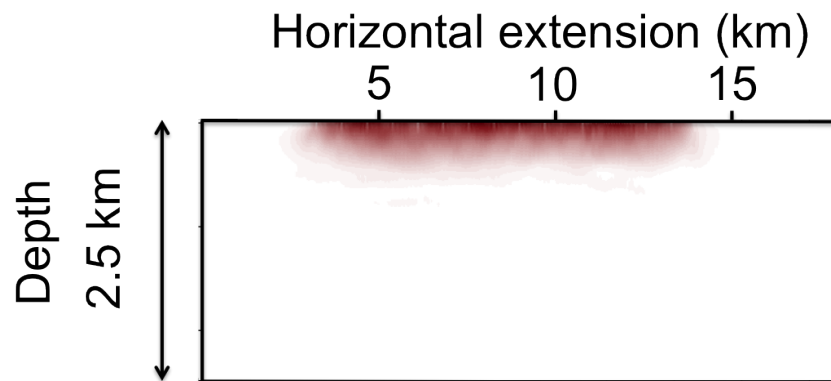


FIGURE 5.26 – First gradient of the image domain objective function computed with classical migration using the model from tomography.

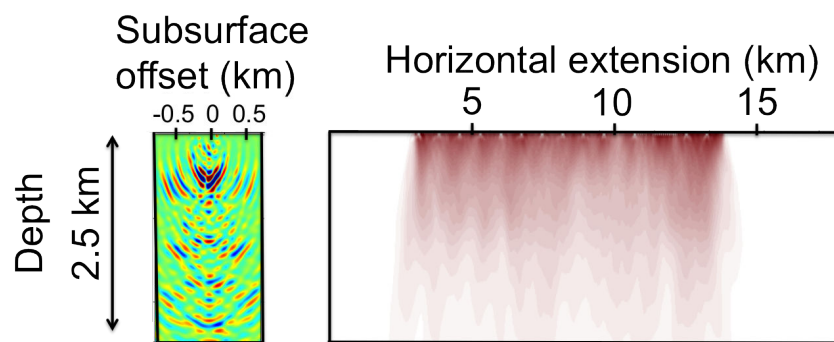


FIGURE 5.27 – Using the model from tomography, CIG at  $x = 11.25$  km computed with quantitative migration (left) and first gradient of the image domain objective function computed with quantitative migration (right).

structures, where the velocities can exhibit low values for example, transmitted waves can better constrain the shallow part of the model.

## 5.6 Discussion

A hierarchical strategy is described here comprising using transmitted waves to update the shallow part of the velocity model, and as soon as the shallow velocity model explains the kinematics of the propagation of transmitted waves, quantitative migration can be used in order to update the deeper part of the model. A more robust estimation of the source wavelet could lead to more resolved CIGs. However, it is not clear if it would lead to more resolved gradients. DSO is a focusing method, and uses essentially kinematic information. In contrast, FWI is a fitting method, where the source wavelet, the amplitudes and the phase have to be correctly modeled.

In the real data analysis, a maximum surface offset of 2.5 km is used to reduce computation time. For reflected waves, the short offsets are the most important, and results using larger offsets are similar to the ones shown here. For transmitted waves, imaging larger surface offsets helps the gradient to update deeper. Here, we kept the same surface offset to investigate the possibility to use the same data in one process. It can also be of interest for a study of anisotropy, due to the different trajectories of reflected and transmitted waves.

In order to only update the long-wavelength velocity model, the gradient has to be smoothed. If the velocity model is far from the true model, then strong smoothing in the first iterations can rapidly give a model that focuses the energy quite well. After some iterations, the smoothing can then be relaxed in order to update smaller wavelengths, keeping in mind that only the background velocity model can be accurately updated here.

In the application of MVA on real data, preprocessing is an important step, and the removal of transmitted waves, surface waves and multiples is needed. Here, the results on land data are made possible thanks to good sampling and good data quality (especially the low frequency part). Here, because the Beylkin operator in the data-domain misfit function acts as a filter based on the scattering angle, a stronger weight is applied to the reflection data. Using the same data set, transmitted waves or reflected waves can be imaged, without the need for additional preprocessing. This is probably not the case for refracted waves, because of their non-linear dependency (Lameloise and Chauris, 2015). Instead of removing multiples in the data, recent studies look at the possibility to use them in MVA (Cocher et al., 2015; Kumar et al., 2015). Surface-related multiples can indeed bring information of the subsurface in introducing virtual secondary sources in cases of poor illumination due to sampling (OBN's) or subsurface complexity (Verschuur and Berkhout, 2015).

## 5.7 Conclusion

Migration velocity analysis based on DSO has been applied here to a 2-D land seismic data set from the Middle East. Our developments using quantitative migration to remove migration artifacts and horizontal contraction to attenuate gradient artifacts at the depth of the reflectors

are essential elements. Transmitted data, having a more horizontal trajectory, can be used to update the shallow part of the velocity model. Velocity updates using these waves are consistent with the ones using reflected waves. The difference is the penetration depth of the gradient, which is lower than for reflected waves. Using the same data set, classical or quantitative migration can put more weight on different arrivals; for example quantitative migration enhances reflections, whereas the classical migration enhances transmitted waves.

MVA on land data shows promising results on a simple layered geology. With the combined of reflected and direct wave fields, the benefit of this method could be even greater in areas of more complex geology.

## 5.8 Acknowledgements

The authors thank Saudi Aramco for providing the field dataset and permission to publish this work.

## 5.9 Conclusion du chapitre

À ma connaissance, il s'agit de la première analyse de vitesse par migration basée sur la semblance différentielle appliquée à des données terrestres. La bonne qualité des données a permis d'obtenir des résultats cohérents avec la théorie et les applications numériques présentées dans le **Chapitre 3**. L'introduction de la migration quantitative a ainsi permis de réduire les artefacts sur les CIGs, de la même manière que dans les tests synthétiques. En introduisant la notion de contraction horizontale, discutée essentiellement dans le **Chapitre 2**, les gradients sont homogènes et de signe correct à partir de modèles de vitesse homogènes trop lents ou trop rapides. Ce premier test considère uniquement les ondes réfléchies, comme dans les études classiques. Une étude des ondes transmises a permis d'apprécier le potentiel de ces ondes à mettre à jour la partie superficielle du modèle de vitesse. En raison de l'offset maximal réduit, les ondes transmises ont une profondeur de pénétration faible, et seule la partie très superficielle peut être mise à jour à partir de ces ondes. Dans le même esprit que l'inversion des formes d'ondes, un schéma hiérarchique peut être introduit. En premier lieu, les ondes transmises peuvent être utilisées pour mettre à jour la partie proche surface, puis les ondes réfléchies pour mettre à jour la partie plus profonde.



## Chapitre 6

# Conclusion et perspectives

### Sommaire

6.1	Conclusion . . . . .	157
6.1.1	Migration quantitative et contraction horizontale . . . . .	158
6.1.2	Introduction des ondes transmises . . . . .	159
6.2	Perspectives . . . . .	160
6.2.1	Des rais à l'équation des ondes ? . . . . .	160
6.2.2	Le modèle étendu . . . . .	163
6.2.3	Gradient et contraction horizontale . . . . .	164
6.2.4	La physique considérée . . . . .	165
6.2.5	Vers une prise en compte du champ total . . . . .	165

### 6.1 Conclusion

L'obtention du macromodèle de vitesse, expliquant la cinématique de propagation des ondes et contenant les grandes longueurs d'ondes, est primordiale, afin d'imager la subsurface avec la meilleure précision possible. Si certaines méthodes s'appliquent dans le domaine des données afin d'obtenir ce modèle, elles sont généralement formulées dans le domaine migré et connues sous le nom d'analyse de vitesse par migration (*MVA* en anglais). La migration considérée ici est la première itération du problème inverse consistant à minimiser l'écart entre données observées et modélisées selon l'approximation de Born, suivant laquelle les données dépendent linéairement de la réflectivité. À des positions en surface spécifiques, des images en profondeur sont obtenues, appelées CIGs (Common Image Gathers). Dans la formulation orientée profondeur, un offset en profondeur (*subsurface offset* en anglais), considéré horizontal, est introduit lors de la migration par corrélation des champs propagés de la source et rétropropagés des récepteurs. L'idée principale est la préservation de la dimension des données et du modèle lors de la migration des données. Même en cas de modèle incorrect utilisé lors de la migration, il n'y a pas de perte d'information grâce à l'introduction de l'offset en profondeur, et l'énergie non focalisée est associée à une erreur dans le modèle de vitesse. L'optimisation par semblance différentielle (*DSO* en anglais) permet



d'analyser automatiquement la défocalisation d'énergie dans les CIGs, qui est synonyme d'un modèle de vitesse incorrect.

Dans le cadre de l'analyse de vitesse par migration basée sur la semblance différentielle, j'ai été confronté principalement à deux problèmes reportés dans la littérature et j'y ai apporté des solutions. Tout d'abord *les artefacts sur les CIGs* dus à la limitation spatiale de toute acquisition et une illumination non homogène perturbe l'analyse de vitesse. Ces artefacts sont perçus localement par l'opérateur de DSO comme étant liés à une erreur dans le modèle de vitesse. Une apodisation est possible pour atténuer ces artefacts, mais elle risque d'atténuer de l'énergie liée à des réflecteurs peu profonds (en acquisition terrestre par exemple). L'autre aspect concerne les oscillations sur le gradient au niveau des discontinuités de la réflectivité. Ces artefacts, situés au niveau des réflecteurs, perturbent la remise à jour du modèle de vitesse, l'amplitude de ces artefacts étant souvent prédominante. Afin d'y remédier, j'ai introduit respectivement la migration quantitative et la contraction horizontale.

Dans un deuxième temps, j'ai introduit les *ondes transmises* dans l'analyse de vitesse par migration. Classiquement, seules les ondes réfléchies sont utilisées dans cette méthode, contrairement à l'inversion des formes d'ondes par exemple qui prend en compte le champ dans sa totalité. Suivant le même formalisme que pour les ondes réfléchies, j'ai montré que les ondes directes pouvaient être utilisées en analyse de vitesse par migration. En ayant une trajectoire horizontale, elles permettent de mieux contraindre l'analyse de vitesse.

### 6.1.1 Migration quantitative et contraction horizontale

Du fait de la limitation intrinsèque de toute acquisition sismique, des artefacts de migration perturbent les CIGs, quelque soit la vitesse utilisée lors de la migration. Une migration dite « quantitative », reprenant les principes de la migration basée sur l'approximation de  $\text{rai}+\text{Born}$ , a été introduite dans le cas de l'introduction de l'offset en profondeur. À l'aide d'une analyse micro-locale autour d'un point de la subsurface et d'un offset en profondeur associé, des pondérations sont obtenues par tracé de rais. Les différentes contributions sont la déconvolution par la source, la compensation de la divergence géométrique et le déterminant de Beylkin. Ce dernier poids produit le principal effet sur les CIGs : il est formulé selon  $|\frac{\partial(s,r,\omega)}{\partial(\mathbf{x},h)}|$ . Il s'agit d'un changement de variables des coordonnées du surface aux coordonnées du point image, qui permet de compenser pour l'illumination. Ici, l'introduction de l'offset en profondeur permet de garder la même dimension, et ainsi il n'y a pas besoin d'introduire de paramètre additionnel comme dans les formulations ou extensions classiques de la migration quantitative.

Appliqués à la migration dite classique, ces poids atténuent les artefacts de migration, et l'analyse de vitesse prend alors en compte uniquement l'information relative à une erreur dans le modèle de vitesse. À noter que le poids introduit dans la fonction coût pour rendre le Hessien proche de l'opérateur identité dépend de  $(\mathbf{x}, h)$ . C'est aussi le cas dans les formulations historiques et extensions. Une justification partielle est l'analyse micro-locale autour d'un point image donné  $(\mathbf{x}_0, h_0)$ . La migration quantitative a d'abord été validée sur un modèle homogène contenant un réflecteur. Afin de quantifier l'erreur introduite par le modèle de vitesse, une fonction coût normalisée par l'énergie du CIG est formulée. L'énergie défocalisée est pénalisée par la

multiplication par l'offset en surface, qui est à mettre en parallèle avec la DSO orientée surface, où l'aplatissement des CIGs est recherché. Pour la formulation orientée profondeur,  $I(\mathbf{x}, h) \rightarrow hI(\mathbf{x}, h)$  est le pendant de l'orientation surface  $\tilde{I}(\mathbf{x}, \tilde{h}) \rightarrow \frac{\partial}{\partial \tilde{h}} \tilde{I}(\mathbf{x}, \tilde{h})$ . En effet, la transformée de Fourier de cette dernière donne :  $i\tilde{h}\tilde{I}(\mathbf{x}, \tilde{h})$ , dont la norme est de la même forme que dans la formulation orientée profondeur.

Avec la migration quantitative, cette fonction est convexe, unimodale et atteint son minimum pour la vitesse correcte, au moins pour des milieux simples. Ce formalisme a alors été appliqué à un modèle présentant une géologie plus complexe. Après inversion, un modèle de vitesse est obtenu, qui permet d'expliquer la cinématique des ondes, en focalisant l'énergie des CIGs autour de l'offset en profondeur nul.

Les rares applications de cette méthode publiées dans la littérature ont été menées sur des données marines, généralement 2-D. Dans cette étude, j'ai appliqué mon algorithme sur un jeu de données terrestres, ce qui a été possible en raison de la bonne qualité des données et du prétraitement effectué (**Chapitre 5**). J'ai appliqué la migration quantitative à ces données sur les ondes réfléchies, ce qui a confirmé l'atténuation des artefacts sur les CIGs. À partir de modèles initiaux trop lents ou trop rapides, les résultats de CIGs et de gradients associés sont cohérents avec les développements théoriques sur des milieux simples et les applications sur les données synthétiques. Même si ce ne sont que des résultats intermédiaires, ils prouvent la robustesse de cette méthode, également en présence de bruit. Cependant, de plus larges offsets seraient nécessaires afin de mettre à jour le modèle de vitesse à partir des ondes transmises. Si dans l'inversion des formes d'ondes, l'estimation de la source est primordial, il peut être important dans l'application sur des données réelles. Un lissage adaptatif est également important.

### 6.1.2 Introduction des ondes transmises

Des analyses de vitesse ont été réalisées en introduisant des ondes transmises en acquisition de surface. Ces ondes regroupent les ondes directes et plongeantes. Comme pour les ondes réfléchies, en utilisant les ondes transmises, une erreur de vitesse dans le macromodèle se symbolise par de l'énergie défocalisée dans les CIGs. Avec le modèle adéquat, l'énergie est focalisée autour de l'offset en profondeur nul. Cependant, au lieu d'être localisée à la profondeur du réflecteur, l'énergie est focalisée dans une zone définie entre la surface et la profondeur de pénétration maximum des ondes. De façon similaire aux ondes réfléchies, cette information peut être automatiquement utilisée afin de remettre à jour le modèle de vitesse. Les ondes plongeantes peuvent être vues comme une extension des ondes réfléchies pour un angle d'ouverture proche de  $\pi$ . Cette introduction des ondes transmises en analyse de vitesse par migration est dans le même esprit que l'extension de la tomographie de pente à ces ondes (Le Bégat et al., 2013; Prioux, 2012).

L'apport des ondes directes dans l'inversion a été examiné lors de l'application sur données réelles. À partir d'un modèle obtenu par tomographie des premières arrivées, le modèle de vitesse peut être mis à jour dans sa partie superficielle par les ondes transmises à l'aide de la migration classique. Après quelques itérations, l'énergie associée à ces ondes dans les CIGs se rapproche de l'offset en profondeur nul.

Les ondes transmises ont été utilisées dans le cas d'une acquisition entre puits, ce qui permet

aux ondes directes considérées seules d'illuminer de la meilleure des manières le modèle entre ces puits. Les formes des CIGs diffèrent de celles obtenues dans le cadre de l'inversion des ondes réfléchies, du fait de la géométrie de l'acquisition. Cependant, l'énergie est toujours focalisée autour de l'offset en profondeur nul quand le modèle est correct, et toute énergie autour d'autres valeurs est synonyme d'une erreur dans le modèle de vitesse, et peut ainsi être utilisée pour une mise à jour du modèle de vitesse, à l'aide d'une fonction coût pénalisant l'énergie non focalisée de la même façon que pour les ondes réfléchies en acquisition de surface. Même dans le cas d'un modèle initial très éloigné du modèle synthétique, un modèle cinématiquement cohérent peut être obtenu. Le poids dans la migration quantitative comporte un terme en cosinus du demi-angle d'ouverture, qui s'annule alors dans le cas des ondes transmises. La même observation apparaît dans [Métivier et al. \(2015\)](#), en cohérence avec l'analyse micro-locale de la migration de [ten Kroode et al. \(1998\)](#), où la migration est utilisée excepté dans les cas de rais rasants et si l'angle d'ouverture est égal à  $\pi$ . En pratique, les poids ne peuvent donc pas être appliqués pour les ondes transmises, d'où la nécessité de séparer les ondes transmises et réfléchies. Une autre raison expliquant ce besoin de séparation est la différence d'amplitudes relatives de ces ondes. Une stratégie d'inversion peut être d'inverser en premier les ondes transmises, ce qui permet de mettre à jour le modèle superficiel, puis les ondes réfléchies qui permettent de mettre à jour le modèle plus profond, en raison de leur trajectoire verticale.

## 6.2 Perspectives

### 6.2.1 Des rais à l'équation des ondes ?

Dans cette étude, j'ai utilisé la théorie des rais, qui est une approximation haute fréquence de l'équation d'ondes, ce qui a permis de limiter le coût numérique de la méthode, et également d'obtenir des poids explicites dans la migration quantitative avec une interprétation physique. Cependant, dans le cas de géologie complexe, cette approximation haute fréquence atteint ses limites (en particulier les forts contrastes de vitesse, les milieux très hétérogènes et les diffractions). Les études basées sur l'équation des ondes ont montré leur supériorité dans les milieux complexes.

Je détaille ci-après comment mes développements peuvent être étendus à l'équation d'ondes.

#### 6.2.1.1 La migration itérative

Dans le cas de la migration itérative, une étude de [Chauris et al. \(2015\)](#), où les fonctions de Green sont calculées par différences finies, a montré que la migration itérative basée sur l'étude des ondes réfléchies permettait de rendre le gradient de plus en plus homogène. En effet, un test simple consiste en un milieu homogène contenant un réflecteur. Une vitesse trop élevée est considérée dans la migration, et les résultats de gradient sont présentés Figure 6.1 après quelques itérations. Le gradient est calculé à l'aide de la méthode de l'état adjoint. On suppose qu'on a convergé ; ainsi les variables adjointes sont obtenues de manière itérative et n'ont pas à être stockées en mémoire. Le gradient, qui présentait des erreurs de signe dans la première itération, devient de plus en plus homogène au fil des itérations. Dans ce cadre, [Chauris et al.](#)

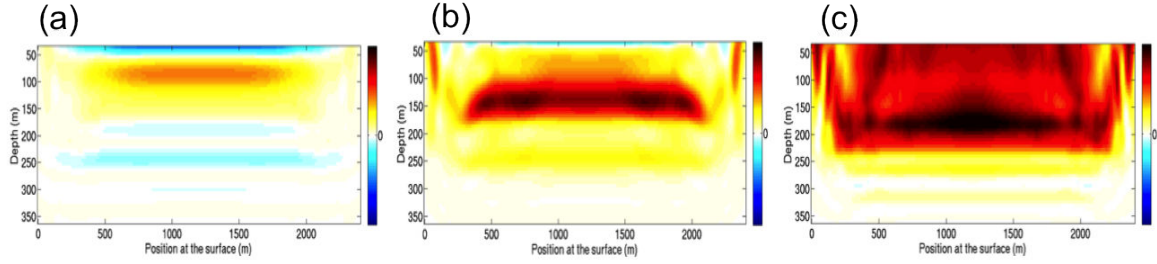


FIGURE 6.1 – Gradients obtenus dans un modèle homogène contenant un réflecteur. La vitesse de migration est trop élevée. Les résultats présentés sont après (a) 1 itération, (b) 4 itérations et (c) 20 itérations. D’après [Chauris et al. \(2015\)](#).

(2015) montrent l’importance de la régularisation sur la norme  $\ell_2$  agissant sur la réflectivité, afin d’accélérer la convergence.

La migration itérative basée sur l’équation des ondes a un coût numérique élevé, en raison des nombreuses itérations nécessaires. La méthode d’analyse de vitesse par inversion permet de s’affranchir de ce coût numérique et paraît prometteur. Les grands axes de cette méthode sont maintenant présentés.

### 6.2.1.2 La migration quantitative

La migration quantitative est introduite dans le cadre de l’approximation « rai+Born ». Ainsi, les pondérations sont calculées par tracé de rais et sont appliquées au niveau de chaque récepteur dans le champ rétropropagé. Finalement, des pondérations sont appliquées au niveau de chaque source lors de la condition d’imagerie. En effet, les pondérations s’expriment comme étant fonction de la position des sources, des récepteurs et du point image. Avec les rais, chaque récepteur étant rétropropagé séparément, le poids peut être facilement appliqué, ce qui n’est pas le cas en différences finies, où le champ enregistré par les récepteurs est rétropropagé simultanément pour tous les récepteurs. Une possibilité est de n’appliquer le poids qu’au terme de source, mais le résultat n’est pas aussi satisfaisant, et cela crée une dissymétrie sur le CIG.

Une alternative, non triviale et non intuitive, est proposée par [Hou and Symes \(2015\)](#), inspirée de [ten Kroode \(2012\)](#), où l’opérateur inverse de Born approximé est substitué à l’opérateur classique qui est l’adjoint de l’opérateur de modélisation. Cette approximation de l’inverse est donnée par (en utilisant les formules de l’**Annexe**) :

$$\overline{F}^\dagger[v_0] = W_{model}[v_0]\overline{F}^*[v_0]W_{data}[v_0]. \quad (6.1)$$

$\overline{F}^*[v_0]$  est l’opérateur de la RTM (*Reverse-time migration*) étendue, i.e. l’adjoint (ou la transposée) de l’opérateur de modélisation.  $W_{model}$  et  $W_{data}$  sont des opérateurs de pondération, appliqués respectivement dans le domaine du modèle et dans le domaine des données. Ils s’expriment en fonction d’un paramètre  $P$ , qui est égal à l’opérateur identité  $Id$  pour un milieu latéralement homogène.

Suivant l’approximation  $P = Id$ , le coût numérique de l’opérateur inverse approximé est très

similaire à celui de l'opérateur étendu. La fonction coût classique s'écrit alors :

$$J = \frac{1}{2} ||h\bar{F}^\dagger[v_0]d_{obs}||^2. \quad (6.2)$$

Dans le but de démontrer que  $\bar{F}^\dagger$  est l'inverse de l'opérateur de modélisation, une analyse haute fréquence est menée. Cependant les opérateurs  $W_{model}$  et  $W_{data}$  peuvent s'exprimer uniquement avec des opérateurs qui n'utilisent pas les rais. L'interprétation physique des opérateurs est une déformation des espaces des données et modèles. Sous la condition que  $P$  soit égal à l'opérateur identité, les pondérations s'écrivent (Hou and Symes, 2015) :

$$W_{data}[v_0] = -(I_t)^* I_t D_{z_s} I_t D_{z_r} I_t, \quad (6.3)$$

$$W_{model}[v_0] \approx 4v_0^5 L. \quad (6.4)$$

$W_{data}$  ne dépend que de la vitesse  $v_0$  autour des sources et récepteurs (introduit par la dérivée verticale  $D_z$ ) ;  $I_t$  est une intégrales temporelle, indépendante de la vitesse  $v_0$ .  $L$  est un filtre défini dans le domaine de Fourier. Il est tel que :  $L = \sqrt{-\nabla_{x,z}^2} \sqrt{-\nabla_{h,z}^2}$ .

Afin de calculer le gradient, on a besoin des dérivées des opérateurs  $W$  par rapport à la vitesse, qui s'expriment, pour  $v_0$  non localisé à la surface, selon :

$$\frac{\partial W_{data}}{\partial v_0} = 0, \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial W_{model}}{\partial v_0} = 20v_0^4 L. \quad (6.6)$$

En pratique, des itérations sont toutefois nécessaires, mais la méthode a le pouvoir de converger de l'ordre de dix fois plus vite. L'approximation  $P = Id$  semble rester une approximation acceptable quand le milieu varie latéralement. Contrairement à la migration quantitative que j'ai introduite dans cette étude et étendue au cas d'offset en profondeur, ici, aucune approximation haute fréquence n'est nécessaire.

### 6.2.1.3 L'introduction des ondes transmises

Dans le cadre de l'introduction des ondes transmises, en acquisition de surface, les CIGs obtenus en utilisant une modélisation basée sur la théorie des rais et présentés **Chapitre 4** sont similaires à ceux obtenus dans l'étude de Chauris et al. (2013), où la modélisation est basée sur les différences finies. Les deux études ont été menées dans des milieux lisses. Dans le cas des ondes transmises, aucune pondération n'est en effet appliquée, et les résultats sont très cohérents.

Dans le cas de l'utilisation des ondes directes entre puits, la validation de la cinématique de propagation des ondes présentée dans le **Chapitre 4** à l'aide d'une modélisation basée sur les différences finies permet de conclure positivement sur la possibilité d'étendre l'inversion des ondes directes entre puits au-delà de la théorie des rais. Une migration classique a été introduite pour les ondes réfléchies entre puits, car, dans cette configuration, des grands angles d'ouverture sont considérés. Dans le cas de géologie plus profonde que les puits, une migration quantitative

	Coût mémoire 2-D	Coût mémoire 3-D
Taille des données	$nt \times ns \times nr$	$nt \times ns_x \times ns_y \times nr_x \times nr_y$
Champ de la source (pour une source)	$nt \times nx \times nz$	$nt \times nx \times ny \times nz$
Champ récepteur (pour une source)	$nt \times nx \times nz$	$nt \times nx \times ny \times nz$
Volume image $I$	$nz \times nx \times nh$	$nz \times nx \times ny \times nh_x \times nh_y$
Adjoint à l'image $\lambda_I$	$nz \times nx \times nh$	$nz \times nx \times ny \times nh_x \times nh_y$
Adjoint de la source $\lambda_S$	$nt \times nx \times nz$	$nt \times nx \times ny \times nz$
Adjoint au récepteur $\lambda_R$	$nt \times nx \times nz$	$nt \times nx \times ny \times nz$
Gradient	$nz \times nx$	$nx \times ny \times nz$

TABLE 6.1 – Coût mémoire du calcul du gradient en 2-D et 3-D.  $nx$  et  $ny$  sont les extensions horizontales,  $nr$  et  $ns$  sont le nombre de sources et de récepteurs. En 3-D,  $ns$  s'écrit  $(ns_x, ns_y)$  et  $nr$  devient  $(nr_x, nr_y)$ .  $nz$  est l'extension verticale,  $nt$  le nombre d'échantillons temporels et  $nh$  l'extension spatiale de l'offset en profondeur qui, en 3-D, s'écrit  $nh_x, nh_y$ . Les termes adjoints  $\lambda_I, \lambda_S$  et  $\lambda_R$  peuvent être retrouvés dans l'Appendice A du **Chapitre 3**.

peut potentiellement être nécessaire pour prendre en compte les ondes réfléchies, mais n'a pas été testée ici.

Pour résumer, un poids est introduit sur les ondes réfléchies. Il dépend du cosinus de l'angle d'ouverture. Pour des ondes transmises, le poids est nul. Dans les applications sur ces données transmises, le poids n'est pas introduit et les CIGs restent toutefois propres.

L'alternative à ce poids pour les ondes transmises pourrait être la migration itérative. Cependant, les amplitudes ne sont pas bien prédites. En pratique, je propose de découpler les ondes transmises et réfléchies, ce qui permet de compenser les amplitudes relatives.

### 6.2.2 Le modèle étendu

Le concept de modèle étendu permet de préserver la taille des données et d'analyser automatiquement le résidu dans les CIGs. Cependant, dans le cas orienté profondeur, l'introduction de l'offset en profondeur dans l'étude a un surcoût numérique qui limite les applications aux données essentiellement en 2-D jusqu'à maintenant. Dans le cadre de la considération du champ d'ondes, la construction des CIGs est en effet coûteuse. En 2-D, l'offset en profondeur est généralement considéré uniquement horizontal; en 3-D, l'offset en profondeur a en principe deux composantes, ce qui génère un coût numérique supplémentaire. Cette introduction de l'offset en profondeur n'intervient vraiment que pour cette construction de CIGs, étant donné qu'une sommation sur ces offsets est effectuée dans le calcul des variables adjointes. Le gradient est calculé en propageant les variables adjointes, qui prennent en compte l'erreur de vitesse sans dépendre de l'offset en profondeur. Les coûts mémoires sont présentés dans la Table 6.1.

Dans le cadre de la migration itérative, les migrations et modélisations successives s'effectuent dans le modèle étendu, ce qui ajoute un coût numérique supplémentaire. Les champs sont en effet remodelés après chaque mise à jour de la réflectivité dans le modèle étendu. Si on considère que l'on a convergé, alors il n'est pas nécessaire de garder en mémoire les variables adjointes pour le calcul du gradient (seulement la dernière).

Un aspect soulevé dans l'application sur données réelles est l'extension de la plage d'offsets en

profondeur considérée (Symes, communication personnelle). À ce jour, aucun critère de choix de ce paramètre d'extension spatiale des offsets en profondeur n'a été proposé et, dans le cas des données réelles, le bruit joue un rôle important dans ce choix. Quand le modèle est assez proche du modèle correct, la plage d'offsets n'a pas besoin d'être large. Un fenêtrage se réduisant au fil des itérations permettrait alors de mieux focaliser l'énergie quand on se rapproche du bon modèle.

Une alternative qui permet de réduire le coût tout en gardant une résolution correcte consiste à raffiner le pas vertical des CIGs au fil des itérations en utilisant des fréquences plus faibles dans les données. En effet, loin de la solution, la résolution n'a pas besoin d'être maximale. Des méthodes récentes permettent de calculer plus efficacement les CIGs (van Leeuwen et al., 2015), ou d'orienter le calcul des CIGs (*target-oriented*, Tang and Biondi (2011)), ou encore n'ont pas besoin de la construction explicite des CIGs (comme la corrélation d'images, Perrone et al. (2015)).

### 6.2.3 Gradient et contraction horizontale

Les résultats obtenus sur données réelles sont encourageants dans le sens où les résultats sont cohérents avec les attentes, c'est-à-dire les CIGs présentent la courbure cohérente avec la vitesse utilisée, de même que les gradients qui ont le bon signe. Après plusieurs itérations, la focalisation de l'énergie dans les CIGs a certes été améliorée, mais le lissage extrême appliqué au gradient, qui permet en effet d'avoir une fonction coût convexe, peut être un facteur limitant de l'inversion. Un terme qui favorise la focalisation d'énergie peut être introduit, comme par exemple la norme  $\ell_1$  de la reflectivité. Cependant, une des problématiques est que le gradient obtenu par contraction horizontale des CIGs n'est pas exactement la dérivée d'une fonction coût. En effet, Shen and Symes (2015) montrent la limitation de cette approximation par rapport à la déformation d'image (*warping*) dans le cas de structures réfractantes.

Une alternative à la contraction horizontale peut être la formulation de la migration en terme de pseudo-temps. Au lieu de formuler les CIGs comme des images en profondeur, ils peuvent être calculés en fonction du temps vertical dans le modèle courant (Plessix, 2013). Dans cette méthode, les données sont migrées, puis une démigration verticale est effectuée, tout cela en une seule étape, avec les opérateurs de champ complet. Les gradients sont alors affectés par une contraction horizontale, sans décalage vertical. Cela peut être une option, suivant la même observation que Shen and Symes (2015), d'atténuer les artefacts liés aux réflecteurs.

La fonction coût associée s'écrit alors :

$$J = \frac{1}{2} ||hD[v_0]F^*[v_0]d_{obs}||, \quad (6.7)$$

où  $D[v_0]$  représente la démigration.

Le gradient de la fonction coût par rapport à la vitesse sera alors composé de deux termes :

$$J = h^2 \left[ \frac{\partial D}{\partial v_0} + D \frac{\partial}{\partial v_0} \right] F^*[v_0]d_{obs}. \quad (6.8)$$



### 6.2.4 La physique considérée

Les résultats peuvent être limités par la physique considérée. En effet, l'analyse de vitesse par migration est ici effectuée pour un milieu acoustique isotrope. Des études d'analyse de vitesse par migration sur données synthétiques anisotropes émergent, de même que certaines prenant en compte l'atténuation. Si les études se focalisent principalement sur l'étude des ondes acoustiques, des applications récentes semblent démontrer le caractère lisse et convexe de la fonction coût dans le cas d'ondes P converties en S (Shabelansky et al., 2013).

Ces aspects permettent de mieux prendre en compte la physique de propagation des ondes, et ainsi pourront permettre de faciliter les applications sur données réelles. Ici, la prise en compte des ondes réfléchies, ayant une trajectoire plutôt verticale, et des ondes transmises qui suivent un trajet horizontal, permettent potentiellement d'ajouter une contrainte sur l'anisotropie.

### 6.2.5 Vers une prise en compte du champ total

Dans ce travail, j'ai introduit les ondes transmises dans l'analyse de vitesse par migration. J'ai pu traiter ces ondes indépendamment des ondes réfléchies en les modélisant à l'aide des rais. Il pourrait être intéressant de considérer les ondes directes et les ondes réfléchies simultanément, afin de mieux contraindre l'inversion. Cependant, les amplitudes de ces deux types d'onde varient largement, et des poids relatifs doivent être appliqués aux ondes réfléchies et transmises.

Les multiples de surface ou internes font l'objet d'un traitement intensif avant toute mise à jour de vitesse dans le cas de données marines, mais leur atténuation est souvent incomplète. En cas d'énergie rémanente due à ces multiples, un algorithme automatique produira alors une vitesse entre la vitesse des ondes primaires et de celle des ondes multiples, ce qui perturbera l'analyse de vitesse. La méthode la plus simple est alors d'enlever les vitesses les plus faibles, ce qui est une bonne approximation si la vitesse augmente avec la profondeur. De récents développements tendent à utiliser cette énergie dans l'analyse de vitesse. En effet, lors d'acquisition incomplète ou de géologie complexe, les multiples associés à la surface, en ajoutant des source secondaires à la surface, permettent de mettre à jour du modèle de vitesse qui n'est pas illuminé par les réflexions primaires (Berkhout, 2006; Verschuur and Berkhout, 2015).

Le principe de migration itérative permet de prendre en compte différents types d'arrivée. Un exemple de CIG en fonction de l'offset en profondeur est présenté Figure 6.2. Cependant, l'utilisation de l'énergie non focalisée associée aux multiples reste encore incertaine.

Finalement, l'introduction des ondes réfractées reste à creuser dans cette méthode basée sur l'approximation de Born, du fait de la dépendance non-linéaire de ces ondes vis-à-vis de la réflectivité. Pour la modélisation des ondes plongeantes, les fonctions de Green sont calculées dans un milieu lisse. La réflectivité est elle-même lisse. Pour des ondes réfractées, il faudrait a priori introduire des interfaces dans le milieu de référence qui sert à calculer les fonctions de Green. Dans l'application sur données réelles, ces ondes réfractées étant présentes dans le cas où le champ complet est utilisé, le résultat d'inversion basé sur les ondes directes est très certainement biaisé par la présence de ces ondes.



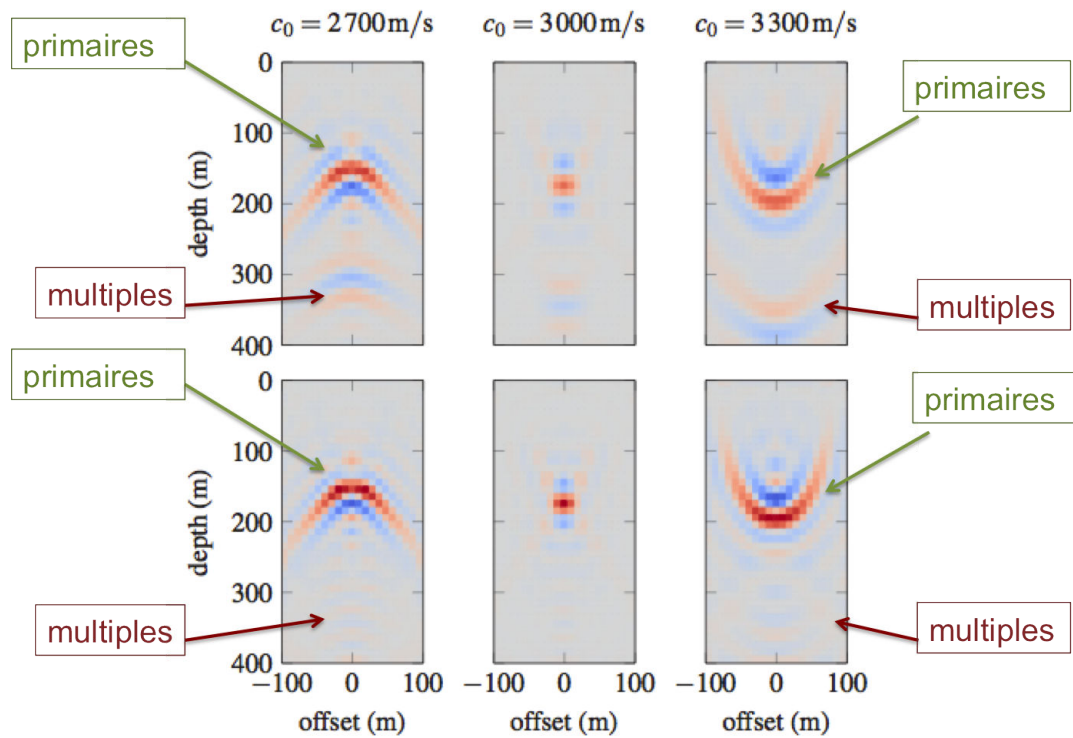


FIGURE 6.2 – CIGs en fonction de l'offset en profondeur (*offset* ici) obtenus par inversion de données réfléchies et multiples après une itération (en haut) et après migration itérative (en bas) pour une vitesse trop faible (à gauche), la vitesse correcte (au milieu) et une vitesse trop forte (à droite). Adapté de [Cocher et al. \(2015\)](#).

# Bibliographie

- Adler, F., R. Baina, M. Soudani, P. Cardon, and J. Richard, 2008, Nonlinear 3D tomographic least-squares inversion of residual moveout in Kirchhoff prestack-depth-migration common-image gathers : *Geophysics*, **73**, VE13–VE23.
- Aki, K., and P. Richards, 2002, *Quantitative Seismology*, 2nd ed. : University Science Books.
- Al-Yahya, K., 1989, Velocity analysis by iterative profile migration : *Geophysics*, **54**, 718–729.
- Alerini, M., G. Lambaré, R. Baina, P. Podvin, and S. Le Bé gat, 2007, Two-dimensional PP/PS-stereotomography : P- and S-waves velocities estimation from OBC data : *Geophysical Journal International*, **170**, 725–736.
- Alkhalifah, T., 2013, Prestack wavefield approximations : *Geophysics*, **78**, T141–T149.
- , 2015, Scattering-angle based filtering of the waveform inversion gradients : *Geophysical Journal International*, **200**, 363–373.
- Allemand, T., and G. Lambaré, 2014, Full Waveform Inversion guided migration velocity analysis : 84th SEG Annual Meeting, 4712–4717.
- Anandakrishnan, S., D. Blankenship, R. Alley, and P. Stoffa, 1998, Influence of subglacial geology on the position of a west antarctic ice stream from seismic observations : *Nature*, **394**, 62–65.
- Asnaashari, A., R. Brossier, S. Garambois, F. Audebert, P. Thore, and J. Virieux, 2013, Regularized seismic full waveform inversion with prior model information : *Geophysics*, **78**, R25–R36.
- Berkhout, A., and D. Wulfften Palthe, 1980, Migration in the presence of noise : *Geophysical Prospecting*, **28**, 372–383.
- Berkhout, A.J aVerschuur, D., 2006, Imaging of multiple reflections : *Geophysics*, **71**, SI209–SI220.
- Beylkin, G., 1985, Imaging of discontinuities in the inverse scattering problem by inversion of a causal generalized radon transform : *J. Math. Phys.*, **26**, 99–108.
- Billette, F., 1998, Estimation de macro modèles de vitesse en sismique réflexion par stéréotomographie : PhD thesis, Ecole des Mines de Paris.
- Billette, F., and G. Lambaré, 1998, Velocity macro-model estimation from seismic reflection data by stereotomography : *Geophysical Journal International*, **135**, 671–690.
- Billette, F., S. Le Bé gat, P. Podvin, and G. Lambaré, 2003, Practical aspects and applications of 2D stereotomography : *Geophysics*, **68**, 1008–1021.
- Biondi, B., and A. Almomin, 2013, Tomographic Full Waveform Inversion (TFWI) by Extending the Velocity Model along the Time-lag Axis : 75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013, F12.
- Biondi, B., and P. Sava, 1999, Wave-equation migration velocity analysis : 69th SEG Annual Meeting, 1723–1726.

- Biondi, B., and W. Symes, 2004, Angle-domain common-image gathers for migration velocity analysis by wavefield-continuation imaging : *Geophysics*, **69**, 1283–1298.
- Bishop, T., K. Bube, R. Cutler, R. Langan, P. Love, J. Resnick, R. Shuey, D. Spindler, and H. Wyld, 1985, Tomographic determination of velocity and depth in laterally varying media : *Geophysics*, **50**, 903–923.
- Blazek, K., C. Stolk, and W. Symes, 2013, A mathematical framework for inverse wave problems in heterogeneous media : *Inverse Problems*.
- Bleistein, N., J. Cohen, and J. Stockwell, 2001, *Mathematics of Multidimensional Seismic Imaging, Migration, and Inversion* : Springer - Verlag New York.
- Brossier, R., S. Operto, and J. Virieux, 2009, Two-dimensional seismic imaging of the valhall model from synthetic OBC data by frequency-domain elastic full-waveform inversion : 79th SEG Annual Meeting, 2293–2297.
- , 2015, Velocity model building from seismic reflection data by full-waveform inversion : *Geophysical Prospecting*, **63**, 354–367.
- Bube, K., and R. Langan, 2008, Resolution of slowness and reflectors in crosswell tomography with transmission and reflection traveltimes : *Geophysics*, **73**, VE321–VE335.
- Bunks, C., S. F.M, S. Zaleski, and G. Chavent, 1995, Multiscale seismic waveform inversion : *Geophysics*, **60**, 1457–1473.
- Carlson, D., A. Long, W. Sollner, H. Tabti, R. Tengerham, and N. Lunde, 2010, Increased resolution and penetration from a towed dual-sensor streamer : *First Break*, **25**, 71–77.
- Červený, V., I. Molotkov, and I. Pšenčík, 1977, *Ray method in seismology* : Univerzita Karlova, Praha.
- Chauris, H., 2000, *Analyse de vitesse par migration pour l'imagerie des structures complexes en sismique réflexion* : PhD thesis, Ecole des Mines de Paris.
- Chauris, H., D. Donno, and H. Calandra, 2012, Velocity estimation with the Normalized Integration Method : 74th EAGE Conference & Exhibition, W020.
- Chauris, H., and C. Lameloise, 2014, Removing spurious oscillations in the gradient of the differential semblance optimization functional : 76th EAGE Conference & Exhibition 2014, Th P02 08.
- Chauris, H., C. Lameloise, and E. Cocher, 2015, Inversion velocity analysis – the importance of regularisation : 77th EAGE Conference & Exhibition 2014, WS05–A02.
- Chauris, H., C. Lameloise, and D. Donno, 2013, Migration velocity analysis with reflected and transmitted waves : 75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013, We P01 01.
- Chauris, H., and M. Noble, 2001, Two-dimensional velocity macro model estimation from seismic reflection data by local differential semblance optimization : applications to synthetic and real data sets : *Geophysical Journal International*, **144**, 14–26.
- Chauris, H., M. S. Noble, G. Lambaré, and P. Podvin, 2002, Migration velocity analysis from locally coherent events in 2-D laterally heterogeneous media, part 1 : Theoretical aspects : *Geophysics*, **67**, 1202–1212.
- Chauris, H., and R.-E. Plessix, 2013, Differential waveform inversion – a way to cope with

- multiples ? : 75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013, F06.
- Chavent, G., 1974, Identification of function parameters in partial differential equations : Identification of parameter distributed systems, **78**, eds Goodson, R.E. & Polis, New-York, ASME 1974.
- Chavent, G., F. Clément, and S. Gómez, 1994, Automatic determination of velocities via migration-based travelttime waveform inversion : A synthetic data example : 64th SEG Annual Meeting, 1179–1182.
- Chavent, G., K. Gadylyshin, and V. Tcheverda, 2015, Reflection FWI in MBTT formulation : 77th EAGE Conference & Exhibition, We P1 09.
- Claerbout, J., 1971, Toward a unified thory of reflector mapping : *Geophysics*, **36**, 467–481.
- , 1985, *Imaging the earth's interior* : Blackwell Scientific Publishers.
- Cocher, E., H. Chauris, and C. Lameloise, 2015, Imaging with Surface-related Multiples in the Subsurface-offset Domain : 77th EAGE Conference & Exhibition, We P01 01.
- Courant, R., and D. Hilbert, 1962, *Methods of mathematical physics* : Wiley-Interscience, **II**.
- Curtis, A., P. Gerstoft, H. Sato, R. Snieder, and K. Wapenaar, 2006, Seismic interferometry – turning noise into signal : *The Leading Edge*, **25**, 1082–1092.
- Delprat-Jannaud, F., and P. Lailly, 1993, Ill posed and well posed formulations of the reflection tomography problem : *Journal of geophysical Research*, **98**, 6589–6605.
- Diaz, E., and P. Sava, 2015, Data domain wavefield tomography using local correlation functions : 85th SEG Annual Meeting, 1361–1365.
- Diaz, E., P. Sava, and T. Yang, 2013, Data-domain and image-domain wavefield tomography : *The Leading Edge*, **32**, 1064–1072.
- Dines, K., and R. Lytle, 1979, Computerized Geophysical Tomography : *Proceedings of the IEEE*, **67**, 1065–1073.
- Dix, C., 1955, Seismic velocities from surface measurements : *Geophysics*, **20**, 68–86.
- Duveneck, E., 2013, A Pragmatic Approach for Computing Full-volume RTM Reflection Angle/azimuth Gathers : 75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013, Tu 11 01.
- Ehinger, A., K. Broto, A. Jardin, and K. project team, 2001, 3D tomographic velocity model determination for two North Sea case studies : EAGE Conference & Exhibition, M-037.
- Etgen, J., F. Billette, R. Sandschaper, and W. Rietveld, 2002, The key practical aspects of 3d tomography : Data picking and model representation : 72nd SEG Annual Meeting, 826–829.
- Farra, V., 1990, Amplitude computation in heterogeneous media by ray perturbation theory : a finite element approach : *Geophysical Journal International*, **103**, 341–354.
- Farra, V., and R. Madariaga, 1987, Seismic waveform modeling in heterogeneous media by ray perturbation theory : *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, **92**, 2697–2712.
- , 1988, Non-Linear Reflection Tomography : *Geophysical Journal International*, **95**, 135–147.
- Fei, W., and P. Williamson, 2010, On the gradient artifacts in migration velocity analysis based on differential semblance optimization : 80th SEG Annual Meeting, 4071–4076.
- Fei, W., P. Williamson, and A. Khoury, 2009, 3-D common-azimuth wave-equation migration velocity analysis : 79th SEG Annual Meeting, 2283–2287.

- Fichtner, A., 2010, Full seismic waveform modelling and inversion : Springer Science & Business Media.
- Fichtner, A., H.-P. Bunge, and H. Igel, 2006, The adjoint method in seismology – I. Theory : Physics of the Earth and Planetary Interiors, **157**, 86–104.
- Fleury, C., and F. Perrone, 2012, Bi-objective Optimization for the Inversion of Seismic Reflection Data : Combined FWI and MVA : 82nd SEG Annual Meeting, 1–6.
- Forgues, É., 1996, Inversion linéarisée multi-paramètres via la théorie des rais (application aux données de sismique réflexion de surface) : PhD thesis, Ecole des Mines de Paris.
- Gardner, G., W. Fench, and T. Matzuk, 1974, Elements of migration and velocity analysis : Geophysics, **39**, 811–825.
- Gauthier, O., J. Virieux, and A. Tarantola, 1986, Two-dimensional nonlinear inversion of seismic waveforms : numerical results : Geophysics, **51**, 1387–1403.
- Gray, S., 2014, Seismic imaging and inversion : What are we doing, how are we doing, and where are we going ? : 84th SEG Annual Meeting, 4416–4420.
- Guillaume, P., G. Lambaré, O. Leblanc, P. Mitouard, J. Le Moigne, J.-P. Montel, T. Prescott, R. Siliqi, N. Vidal, X. Zhang, and S. Zimine, 2008, Kinematic invariants : an efficient and flexible approach for velocity model building : 78th annual SEG meeting, SEG Workshop – Advanced velocity model building techniques for depth imaging.
- Hale, D., 2006, Fast local cross correlations of images : 76th SEG Annual Meeting, 3160–3164.
- Hou, J., and W. Symes, 2015, An approximate Inverse to the Extended Born Modeling Operator : Geophysics, **80**, R331–R349.
- Huang, Y., and W. Symes, 2015, Born Waveform Inversion via Variable Projection and Shot Record Model Extension : 85th SEG Annual Meeting, 1326–1331.
- Igel, H., H. Djikpéssé, and A. Tarantola, 1996, Waveform inversion of marine reflection seismograms for P impedance and Poisson's ratio : Geophysical Journal International, **124**, 363–371.
- Jacobs, J., F. Delprat-Jannaud, A. Ehinger, and P. Lailly, 1992, Sequential migration aided reflection tomography : A tool for imaging complex structures : 62nd SEG Annual Meeting, 1054–1057.
- Jannane, M., W. Beydoun, E. Crase, D. Cao, Z. Koren, E. Landa, M. Mendes, A. Pica, M. Noble, G. Roeth, S. Singh, R. Snieder, A. Tarantola, and D. Trézéguet, 1989, Wavelengths of earth structures that can be resolved from seismic reflection data : Geophysics, **54**, 906–910.
- Jardin, A., K. Broto, and T. Perdrizet, 2013, Ch 7 - Depth seismic imaging using reflection and first arrival traveltime tomography : Application to a deep profile across the northern emirates foothills : Springer.
- Jin, S., R. Madariaga, J. Virieux, and G. Lambaré, 1992, Two-dimensional asymptotic iterative elastic inversion : Geophysical Journal International, **108**, 575–588.
- Kern, M., and W. Symes, 1994, Inversion of reflection seismograms by differential semblance analysis : Algorithm structure and synthetic examples : Geophysical Prospecting, **99**, 565–614.
- Kumar, R., N. Tu, T. van Leeuwen, and F. Herrmann, 2015, Least-squares extended imaging with surface-related multiples : GeoConvention 2015.

- Lailly, P., 1983, The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations : Conference on inverse scattering : theory and application, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 206–220.
- Lailly, P., and D. Sinoquet, 1996, Smooth velocity models in reflection tomography for imaging complex geological structures : *Geophysical Journal International*, **124**, 349–362.
- Lambaré, G., 2008, Stereotomography : *Geophysics*, **73**, VE25–VE34.
- Lambaré, G., and T. Allemand, 2015, Strength and Limitations of FWI – what Can Tomographic Approaches Bring ? : 77th EAGE Conference & Exhibition, WS05–D1.
- Lambaré, G., P. Guillaume, and J. Montel, 2014, Recent advances in ray-based tomography : 76th EAGE Conference & Exhibition 2014, We G103 01.
- Lambaré, G., S. Operto, P. Podvin, and P. Thierry, 2003, 3D ray+ Born migration/inversion-part 1 : Theory : *Geophysics*, **68**, 1348–1356.
- Lambaré, G., J. Virieux, R. Madariaga, and S. Jin, 1992, Iterative asymptotic inversion in the acoustic approximation : *Geophysics*, **57**, 1138–1154.
- Lameloise, C., and H. Chauris, 2015, Extension of Migration Velocity Analysis to transmitted wave fields : Submitted to *Geophysical Journal International*.
- Lameloise, C., H. Chauris, and M. Noble, 2015, Improving the gradient of the image-domain objective function using quantitative migration for a more robust migration velocity analysis : *Geophysical Prospecting*, **63**, 391–404.
- Lazaratos, S., J. Harris, J. Rector, and M. Van Schaak, 1995, High-resolution crosswell imaging of a west Texas carbonate reservoir : Part 4-reflection imaging : *Geophysics*, **60**, 702–711.
- Le Bégat, S., H. Chauris, V. Devaux, S. Nguyen, and M. Noble, 2013, Velocity model estimation for a depth imaging : Comparison of three tomography methods on a 2d real data set : *Geophysical Prospecting*, **61**, 427–438.
- Le Stunff, Y., and D. Grenier, 1998, Taking into account a priori information in 3D tomography : 68th SEG Annual Meeting, 1875–1878.
- Li, G., and R. Stewart, 1991, Automatic Velocity Analysis of Cross-Well Seismic Data : 61st SEG Annual Meeting, 829–831.
- Li, Y., and D. Oldenburg, 1998, 3-D inversion of gravity data : *Geophysics*, **63**, 109–119.
- Lines, L., A. Schultz, and S. Treitel, 1988, Cooperative inversion of geophysical data : *Geophysics*, **53**, 8–20.
- Liu, Y., W. Symes, and Z. Li, 2014, Inversion velocity analysis via differential semblance optimization : 76th EAGE Conference & Exhibition 2014, Th P02 07.
- Liu, Z., 1997, An analytical approach to migration velocity analysis : *Geophysics*, **62**, 1238–1249.
- Luo, S., and P. Sava, 2011, A deconvolution-based objective function for wave-equation inversion : 81st SEG Annual Meeting, 2788–2792.
- Luo, Y., and G. Schuster, 1991, Wave equation traveltime inversion : *Geophysics*, **56**, 645–653.
- Ma, Y., and D. Hale, 2013, Wave-equation reflection traveltime inversion with dynamic warping and full-waveform inversion : *Geophysics*, **78**, R223–R233.
- Mari, J., 1997, Traitement du signal pour géologues et géophysiciens : Institut Français du Pétrole.
- Métivier, L., R. Brossier, and J. Virieux, 2015, Combining asymptotic linearized inversion and

- full waveform inversion : *Geophysical Journal International*, **201**, 1682–1703.
- Miller, D., M. Oristaglio, and G. Beylkin, 1987, A new slant on seismic imaging : Migration and integral geometry : *Geophysics*, **52**, 943–964.
- Mora, P., 1989, Inversion = migration + tomography : *Geophysics*, **54**, 1575–1586.
- Muijs, R., J. Robertsson, and K. Holliger, 2007, Prestack depth migration of primary and surface-related multiple reflections : Part I – imaging : *Geophysics*, **72**, S59–S69.
- Mulder, W., 2014, Subsurface offset behaviour in velocity analysis with extended reflectivity images : *Geophysical Prospecting*, **62**, 17–33.
- Mulder, W. A., and R.-E. Plessix, 2004, A comparison between one-way and two-way wave-equation migration : *Geophysics*, **69**, 1491–1504.
- Mulder, W. A., and A. P. E. ten Kroode, 2002, Automatic velocity analysis by differential semblance optimization : *Geophysics*, **67**, 1184–1191.
- Mulder, W. A., and T. Van Leeuwen, 2008, Automatic velocity analysis and multiples : 78th SEG Annual Meeting, 3128–3132.
- Neves, F., and S. Singh, 1996, Sensitivity study of seismic reflection/refraction data : *Geophysical Journal International*, **126**, 470–476.
- Nguyen, S., R. Baina, M. Alerini, G. Lambaré, V. Devaux, and M. Noble, 2008, Stereotomography assisted by migration of attributes : *Geophysical Prospecting*, **56**, 613–625.
- Nichols, D., 2012, Resolution in seismic inversion. spectral gap or spectral overlap, which is harder to handle? : 74th EAGE Conference & Exhibition, E12.
- Noble, M., A. Gesret, and B. Belayouni, 2015, Accurate 3-d finite difference computation of traveltimes in strongly heterogeneous media : *Geophysical Journal International*, **199**, 1572–1585.
- Nolet, G., 1987, Seismic wave propagation and seismic tomography : Springer Link.
- Operto, S., C. Ravaut, L. Improta, J. Virieux, A. Herrero, and P. Dell’Aversana, 2004, Quantitative imaging of complex structures from multifold wide aperture seismic data : A case study : *Geophysical Prospecting*, **52**, 625–651.
- Perrone, F., and P. Sava, 2015, Image-warping waveform tomography : *Geophysical Prospecting*, **63**, 1050–1069.
- Perrone, F., P. Sava, and J. Panizzardi, 2015, Wavefield tomography based on local image correlations : *Geophysical Prospecting*, **63**, 35–54.
- Peterson, J., P. B.N.P, and T. Mc Evilly, 1985, Applications of algebraic reconstruction techniques to crosshole seismic data : *Geophysics*, **50**, 1566–1580.
- Plessix, R., and W. Mulder, 2008, Resistivity imaging with controlled-source electromagnetic data : depth and data weighting : *Inverse Problems*, **24**, 71–78.
- Plessix, R.-E., 2000, Automatic cross-well tomography : an application of the differential semblance optimization to two real examples : *Geophysical Prospecting*, **48**, 937–951.
- , 2006, A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications : *Geophysical Journal International*, **167**, 495–503.
- , 2013, A pseudo-time formulation for acoustic full waveform inversion : *Geophysical Journal International*, **192**, 613–630.

- Plessix, R.-E., G. Baeten, J. de Maag, M. Klaassen, Z. Rujie, and T. Zhifei, 2010, Application of Acoustic Full Waveform Inversion to a Low-frequency Large-offset Land Data Set : 80th SEG Annual Meeting, 930–934.
- Plessix, R.-E., Y.-H. De Roeck, and G. Chavent, 1995, Automatic and simultaneous migration velocity analysis and waveform inversion of real data using a MBTT/WKBJ formulation : 65th SEG Annual Meeting, 1099–1102.
- Plessix, R.-E., W. Mulder, and A. ten Kroode, 2000a, Automatic cross-well tomography by semblance and differential semblance optimization : theory and gradient computation : *Geophysical Prospecting*, **48**, 913–935.
- Plessix, R. E., F. ten Kroode, and W. Mulder, 2000b, Automatic crosswell tomography by differential semblance optimization : 70th SEG Annual Meeting, 2265–2268.
- Pratt, R., 1990, Inverse theory applied to multi-source cross-hole tomography. part II : Elastic wave-equation method : *Geophysical Prospecting*, **38**, 311–330.
- Pratt, R., Z. Song, P. Williamson, and M. Warner, 1996, Two-dimensional velocity models from wide-angle seismic data by wavefield inversion : *Geophysical Journal International*, **124**, 323–340.
- Prieux, V., 2012, Imagerie sismique des milieux visco-acoustiques et visco-élastiques à deux dimensions par stéréotomographie et inversion des formes d'ondes : applications au champ pétrolier de Valhall : PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis.
- Prieux, V., G. Lambaré, S. Operto, and J. Virieux, 2013, Building starting models for full waveform inversion from wide-aperture data by stereotomography : *Geophysical Prospecting*, **61**, 109–137.
- Raynaud, B., and E. Robein, 1998, Method for modeling kinematic seismic data processed with at least one motion operator : U.S Patent, 5 764 514.
- Ribodetti, A., and J. Virieux, 1998, Asymptotic theory for imaging the attenuation factor  $Q$  : *Geophysics*, **63**, 1767–1778.
- Ribodetti, A., J. Virieux, and S. Durand, 1995, Asymptotic theory for viscoacoustic seismic imaging : 65th SEG Annual Meeting, 631–634.
- Rickett, J., and P. Sava, 2002, Offset and angle-domain common image-point gathers for shot-profile migration : *Geophysics*, **67**, 883–889.
- Sava, P., 2000, Prestack Stolt residual migration for migration velocity analysis : 70th SEG Annual Meeting, 992–995.
- Sava, P., and B. Biondi, 2004, Wave-equation migration velocity analysis. I. theory : *Geophysical Prospecting*, **52**, 593–606.
- Sava, P., B. Biondi, and J. Etgen, 2005, Wave-equation migration velocity analysis by focusing diffractions and reflections : *Geophysics*, **70**, U19–U27.
- Sava, P., E. Diaz, and T. Yang, 2013, Wavefield Tomography without Low Frequency Data : 75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013, F03.
- Sava, P., and S. Fomel, 2006, Time-shift imaging condition in seismic migration : *Geophysics*, **71**, S209–S217.
- Sava, P., and I. Vasconcelos, 2011, Extended imaging conditions for wave-equation migration :



- Geophysical Prospecting, **59**, 35–55.
- Sava, P. C., 2004, Migration and velocity analysis by wavefield extrapolation : PhD thesis, Stanford University.
- Sava, P. C., and S. Fomel, 2003, Angle-domain common-image gathers by wavefield continuation methods : Geophysics, **68**, 1065–1074.
- Sexton, P., and P. Williamson, 1998, 3D anisotropic velocity estimation by model-based inversion of pre-stack traveltimes : 68th SEG Annual Meeting, 1855–1858.
- Shabelansky, A., A. Malcolm, M. Fehler, X. Shang, and W. Rodi, 2013, Converted phase elastic migration velocity analysis : 83rd SEG Annual Meeting, 4732–4737.
- Shah, N., M. Warner, T. Nangoo, A. Umpleby, I. Stekl, J. Morgan, and L. Guasch, 2012, Quality assured full-waveform inversion : Ensuring starting model adequacy : 82nd SEG Annual Meeting, 1–5.
- Shen, H., S. Mothi, and U. Albertin, 2011, Improving subsalt imaging with illumination-based weighting of RTM 3D angle gathers : 81st SEG Annual Meeting, 3206–3211.
- Shen, P., 2012, An RTM based automatic migration velocity analysis in image domain : 82nd SEG Annual Meeting, 1–5.
- , 2013, Subsurface focusing of diving waves and its application to reflection tomography : 75th EAGE Conference & Exhibition, Th 10 05.
- Shen, P., and H. Calandra, 2005, One-way waveform inversion within the framework of adjoint state differential migration : 75th SEG Annual Meeting, SI3.
- Shen, P., and W. Symes, 2013, Subsurface Domain Image Warping by Horizontal Contraction and its Application to Wave-Equation Migration Velocity Analysis : 83rd SEG Annual Meeting, 4715–4719.
- , 2015, Horizontal contraction in image domain for velocity inversion : Geophysics, **80**, R95–R110.
- Shen, P., and W. W. Symes, 2008, Automatic velocity analysis via shot profile migration : Geophysics, **73**, VE49–VE59.
- Shen, P., W. W. Symes, and C. C. Stolk, 2003, Differential semblance velocity analysis by wave-equation migration : 73rd SEG Annual Meeting, 2132–2135.
- Sheriff, R., and L. Geldart, 1995, Exploration Seismology : Cambridge University Press.
- Shin, C., and Y. Cha, 2008, Waveform inversion in the Laplace domain : Geophysical Journal International, **173**, 922–931.
- Shipp, R., and S. Singh, 2002, Two dimensional full wavefield inversion of wide-aperture marine seismic streamer data : Geophysical Journal International, **151**, 325–344.
- Sirgue, L., O. Barkved, J. Dellinger, J. Etgen, U. Albertin, and J. Kommedal, 2010, Full waveform inversion : the next leap forward in imaging at valhall : First Break, **28**(4), 1575–1586.
- Sirgue, L., and G. Pratt, 2003, Efficient waveform inversion and imaging : a strategy for selecting temporal frequencies : Geophysics, **69**, 231–248.
- Socco, L., S. Foti, and D. Boiero, 2010, Surface-wave analysis for building near-surface velocity models – established approaches and new perspectives : Geophysics, **75**, A83–A102.
- Soubaras, R., and B. Gratacos, 2007, Velocity model building by semblance maximization of

- modulated-shot gathers : *Geophysics*, **72**, U67–U73.
- Spetzler, J., and R. Snieder, 2004, The Fresnel volume and transmitted waves : *Geophysics*, **69**, 653–663.
- Staal, X., and D. Verschuur, 2012, Velocity estimation using internal multiples : 82nd SEG Annual Meeting, 1–5.
- Stolk, C. C., and M. V. de Hoop, 2005, Modeling of seismic data in the downward continuation approach : *SIAM journal on applied mathematics*, **65**, 1388–1406.
- Stolk, C. C., and W. W. Symes, 2004, Kinematic artifacts in prestack depth migration : *Geophysics*, **69**, 562–575.
- Stolt, R., 1978, Migration by Fourier transform : *Geophysics*, **43**, 23–48.
- Stork, C., 1992, Reflection tomography in the postmigrated domain : *Geophysics*, **57**, 680–692.
- Symes, W., 1999, All stationary points of differential semblance are asymptotic global minimizers : Layered acoustics : Technical Report, Department of Computational and Applied Mathematics, Rice University, <http://www.trip.caam.rice.edu>, 1–21.
- , 2002, Kinematics of reverse time shot-geophone migration : Technical Report, Department of Computational and Applied Mathematics, Rice University, <http://www.trip.caam.rice.edu>.
- , 2008a, Approximate linearized inversion by optimal scaling of prestack depth migration : *Geophysics*, **73**, R23–R35.
- , 2015, Algorithmic Aspects of Extended Waveform Inversion : 77th EAGE Conference & Exhibition, WS05–A01.
- Symes, W., and J. J. Carazzone, 1991, Velocity inversion by differential semblance optimization : *Geophysics*, **56**, 654–663.
- Symes, W. W., 2008b, Migration velocity analysis and waveform inversion : *Geophysical Prospecting*, **56**, 765–790.
- Taillandier, C., M. Noble, H. Chauris, and H. Calandra, 2009, First-arrival traveltimes tomography based on the adjoint-state method : *Geophysics*, **74**, WCB1–WCB10.
- Tang, Y., 2011, Imaging and velocity analysis by target-oriented wavefield inversion : PhD thesis, Stanford University.
- Tang, Y., and B. Biondi, 2011, Subsalt velocity estimation by target-oriented wave-equation migration velocity analysis : A 3D field-data example : *Geophysics*, **78**, U19–U29.
- Tarantola, A., 1984, Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation : *Geophysics*, **49**, 1259–1266.
- , 1987, *Inverse Problem Theory*.
- ten Kroode, A., D.-J. Smit, and A. Verdel, 1998, A microlocal analysis of migration : *Wave Motion*, **28**, 149–172.
- ten Kroode, F., 2012, A wave-equation-based Kirchhoff operator : *Inverse Problems*, **115013**, 1–28.
- Thierry, P., S. Operto, and G. Lambaré, 1999, Fast 2-D ray+Born migration/inversion in complex media : *Geophysics*, **64**, 162–181.
- Tieman, H., J. Sherwood, K. Schleicher, K. Sherwood, and S. Brandsberg-Dahl, 2009, Workshops and Fieldtrips, WS 1 : Locally Coherent Events – a New Perspective for Seismic Imaging : 71st EAGE Conference & Exhibition.

- Toldi, J., 1989, Velocity analysis without picking : *Geophysics*, **54**, 191–199.
- Tonellot, T., W. Omar, N. Yazami, B. Tayart de Borms, C. Donval, S. Laroche, and T. Klein, 2015, Low Frequency Field Data Acquisition for Full Waveform Inversion : SEG Workshop – Full Waveform Inversion : Filling the gaps.
- Toomey, D. R., S. C. Solomon, and G. Purdy, 1994, Tomographic imaging of the shallow crustal structure of the East Pacific Rise at 9 30 N : *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, **99**, 2156–2202.
- van Leeuwen, T., R. Kumar, and F. Herrmann, 2015, Affordable full subsurface image volume – an application to WEMVA : 77th EAGE Conference & Exhibition, WS05–C01.
- Van Leeuwen, T., and W. Mulder, 2010, A correlation-based misfit criterion for wave-equation traveltime tomography : *Geophysical Journal International*, **182**, 1383–1394.
- Verschuur, D., 2006, Seismic Multiple Removal Techniques : Past, present and future : EAGE Publications bv.
- Verschuur, D., and A. Berkhout, 2015, From removing to using multiples in closed-loop imaging : *The Leading Edge*, **34**, 744–759.
- Vi Nhu Ba, É., 2014, Détection des zones de failles par tomographie en transmission : application à la station expérimentale de tournemire : PhD thesis, Ecole des Mines de Paris.
- Virieux, J., and S. Operto, 2009, An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics : *Geophysics*, **74**, WCC127–WCC152.
- Vyas, M., and Y. Tang, 2010, Gradients for wave-equation migration velocity analysis : 80th SEG Annual Meeting, 4077–4081.
- Wang, F., H. Chauris, , D. Donno, and H. Calandra, 2013, Taking advantage of wave field decomposition in full waveform inversion : 75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013, Tu 07 08.
- Wang, H., S. Singh, and H. Calandra, 2014, Integrated inversion using combined wave-equation tomography and full waveform inversion : *Geophysical Journal International*, **198**, 430–446.
- Warner, M., and L. Guasch, 2014, Adaptive waveform inversion – FWI without Cycle-Skipping - Theory : 76th EAGE Conference & Exhibition, We E106 13.
- , 2015, Adaptive waveform inversion Using Incomplete Physics, Imperfect Data, and an Incorrect Source : 77th EAGE Conference & Exhibition, Th N104 10.
- Weibull, W., and B. Arntsen, 2012, Automatic velocity analysis with reverse-time migration : *Geophysics*, **78**, S179–S192.
- , 2014, Anisotropic migration velocity analysis using reverse-time migration : *Geophysics*, **79**, R13–R25.
- Weibull, W., B. Arntsen, and M. Houbiers, 2012a, Reverse Time Migration Velocity Analysis - a Real Field Data Example : 74th EAGE Conference & Exhibition, P234.
- Weibull, W., B. Arntsen, M. Houbiers, and J. Mispel, 2012b, Automatic anisotropic migration velocity analysis for reverse-time migration : 82nd SEG Annual Meeting, 1–5.
- Woodward, M., P. Farmer, D. Nichols, and S. Charles, 1998, Automated 3D tomographic velocity analysis of residual moveout in prestack depth migrated common image point gathers : 68th SEG Annual Meeting, 1218–1221.

- Woodward, M. J., D. Nichols, O. Zdraveva, P. Whitfield, and T. Johns, 2008, A decade of tomography : *Geophysics*, **73**, VE5–VE11.
- Wu, R.-S., J. Luo, and B. Wu, 2014, Seismic envelope inversion and modulation signal model : *Geophysics*, **79**, WA13–WA24.
- Xu, S., H. Chauris, G. Lambaré, and M. Noble, 2001, Common angle image gather : a strategy for imaging complex media : *Geophysics*, **66**, 1877–1894.
- Xu, S., D. Wang, F. Chen, Y. Zhang, and G. Lambaré, 2012, Full waveform inversion for reflected seismic data : 74th EAGE Conference & Exhibition, W024.
- Yang, T., and P. Sava, 2011, Wave-equation migration velocity analysis with time-shift imaging : *Geophysical Prospecting*, **59**, 635–650.
- , 2015, Image-domain wavefield tomography with extended common-image-point gathers : *Geophysical Prospecting*, **63**, 1086–1096.
- Yang, T., J. Shragge, and P. Sava, 2013, Illumination compensation for image-domain wavefield tomography : *Geophysics*, **78**, U65–U76.
- Yilmaz, O., 1987, *Seismic Data Processing* : Society of Exploration Geophysicists : Tulsa.
- Zelt, C., A. Azaria, and A. Levander, 2006, 3D seismic refraction traveltimes tomography at a groundwater contamination site : *Geophysics*, **71**, H67–H78.
- Zelt, C., and P. Barton, 1998, Three-dimensional seismic refraction tomography : A comparison of two methods applied to data from the Faeroe Basin : *Journal of geophysical Research*, **103**, 7187–7210.
- Zhang, S., and G. Schuster, 2013, Image-domain full waveform inversion : 83rd SEG Annual Meeting, 861–865.
- Zhang, Y., and G. Shan, 2013, Wave-equation migration velocity analysis using partial stack-power-maximization : 83rd SEG Annual Meeting, 4847–4852.
- Zhang, Y., S. Xu, N. Bleistein, and G. Zhang, 2007, True-amplitude, angle-domain, common-image gathers from one-way wave-equation migration : *Geophysics*, **72**, S49–S58.
- Zhou, W., R. Brossier, S. Operto, and J. Virieux, 2015, Full waveform inversion of diving & reflected waves for velocity model building with impedance inversion based on scale separation : *Geophysical Journal International*, **202**, 1535–1554.



# Table des figures

1.1	Acquisition terrestre (à gauche) et marine (à droite). D'après <i>Danish Energy Agency</i> .	12
1.2	Exemple de champ d'ondes obtenu en acquisition marine. Adapté de <i>Anandakrishnan et al. (1998)</i> .	14
1.3	Différentes composantes du modèle de vitesse. La migration retrouve la partie haute fréquence et le modèle basse fréquence est obtenu par analyse de vitesse ou tomographie. D'après <i>Billette (1998)</i> .	15
1.4	Modélisation d'une onde réfléchie à l'aide de l'approximation de Born. Les valeurs de vitesse du milieu et de réflectivité utilisées sont respectivement : 2000 m/s et 1 (à gauche), 2200 m/s et 1 (au centre) et 2000 m/s et 1.1 (à droite).	16
1.5	Résolution pouvant être obtenue par l'analyse de vitesse et la migration. Ce schéma de <i>Lambaré et al. (2014)</i> symbolisant les avancées des méthodes permettant une meilleure résolution a été adapté de <i>Claerbout (1985)</i> .	17
1.6	Principe d'imagerie en corrélant les ondes montantes ( <i>U, Upgoing</i> ) et descendantes ( <i>D, Downgoing</i> ) observées à l'aide de récepteurs enterrés. D'après <i>Claerbout (1971)</i> .	18
1.7	Volume 2-D obtenu en migrant chaque classe d'offset en surface indépendamment. Sur le CIG défini à la position en surface $x = 6200$ m, des événements horizontaux indiquent une vitesse de migration correcte. Extrait de <i>Chauris (2000)</i> .	22
1.8	Forme de la fonction coût obtenue dans le cas d'un modèle homogène avec un réflecteur. Les CIGs sont calculés par migration classique. La fonction n'est pas minimale pour la bonne vitesse (2000 m/s) et montre des oscillations autour de 2200 m/s.	23
1.9	Différents gradients obtenus à partir de modèles trop lents ou trop rapides. En théorie, les gradients devraient présenter une couleur homogène. D'après <i>Fei and Williamson (2010)</i> .	24
1.10	CIGs et dérivée horizontale locale associée avant filtrage (en haut) et après atténuation des événements linéaires par un filtre dans le domaine de Fourier (en bas). D'après <i>Chauris and Noble (2001)</i> .	25
2.1	Modèle de vitesse à partir de différents temps de trajet inversés. <i>RT (Reflection Tomography)</i> est la tomographie basée sur les réflexions, tandis que <i>FA (First Arrival)</i> se base sur les premières arrivées. Les lignes noires symbolisent les limites de plaques tectoniques. D'après <i>Jardin et al. (2013)</i> .	33

2.2	Importance du modèle initial basse fréquence dans l'inversion des formes d'ondes. À gauche sont représentés les résultats obtenus à partir d'un modèle initial correct, tandis qu'à droite sont représentés les résultats obtenus à partir d'un modèle inadéquat. De haut en bas sont représentés le modèle initial, le diagramme de phase, le modèle après inversion et le modèle correct. D'après <a href="#">Shah et al. (2012)</a> .	37
2.3	Semblance différentielle orientée surface. $h$ représente le demi-offset. . . . .	44
2.4	Semblance différentielle orientée profondeur. À noter que $\mathbf{h}$ représente l'offset en profondeur, et est différent de celui utilisé dans la Figure 2.3. . . . .	45
2.5	Fonction coût standard (équation 2.5) (à gauche) et normalisée (équation 2.8) (à droite), représentée en fonction du rapport (vitesse de migration/vitesse correcte).	47
2.6	a) Modèle de vitesse synthétique. Gradient obtenu à partir d'un modèle de vitesse 10% inférieur au modèle synthétique avec b) la semblance différentielle et c) la DRM. D'après <a href="#">Vyas and Tang (2010)</a> . . . . .	48
2.7	Description de la déformation d'image (à gauche) et de son approximation par contraction horizontale (à droite). Les flèches noires représentent la direction de déformation et les points oranges la focalisation correspondante à un bon modèle de vitesse. D'après <a href="#">Shen and Symes (2015)</a> . . . . .	49
3.1	Definition of the horizontal subsurface offset $\mathbf{h} = (h, 0)$ at the image point $\mathbf{x}$ . . .	60
3.2	CIGs obtained by classical migration for three homogeneous velocity models. Migration velocities are (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s and (c) 2300 m/s. . . . .	62
3.3	Normalized objective function associated with classical migration obtained from original CIGs. The velocities vary from 1500 m/s to 2500 m/s. . . . .	63
3.4	CIGs obtained by classical migration for two homogeneous velocity models of (a) 1850 m/s and (b) 2150 m/s. . . . .	63
3.5	Gradients associated with classical migration for three homogeneous velocity models, (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s and (c) 2300 m/s. Blue, white and red colours respectively mean negative, zero and positive values. . . . .	64
3.6	Tapered CIGs obtained by classical migration for velocities of (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s and (c) 2300 m/s. To compare with Figure 3.2. . . . .	65
3.7	Normalized objective function obtained with classical migration from original CIGs (dashed line) and tapered CIGs (solid line). The velocities vary from 1500 m/s to 2500 m/s. . . . .	65
3.8	Gradients associated with classical migration using tapered CIGs with a velocity of (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s and (c) 2300 m/s. Blue, white and red colours respectively mean negative, zero and positive values. To compare with Figure 3.5.	66
3.9	Parameters involved in quantitative migration. $\mathbf{p}_s$ and $\mathbf{p}_r$ are the slowness vectors. $\theta_s$ and $\theta_r$ are oriented angles. We define the diffraction angle $\theta = \theta_s - \theta_r$ and the dip angle $\psi = \frac{\theta_s + \theta_r}{2}$ . . . . .	67
3.10	CIGs associated with quantitative migration for three homogeneous velocity models. The velocities are (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s and (c) 2300 m/s. To compare with Figures 3.2 and 3.6. . . . .	69

3.11	Normalized objective functions associated with classical migration obtained from original CIGs (dashed line), tapered CIGs (dotted line) and CIGs associated with quantitative migration (solid line). The velocities vary from 1500 m/s to 2500 m/s.	69
3.12	Gradients associated with quantitative migration for three homogeneous velocity models. Velocities are (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s and (c) 2300 m/s. Blue means negative values, white means zero and red means positive values. To compare with Figures 3.5 and 3.8.	70
3.13	Gradients obtained with Fei and Williamson's approach with a velocity of 1700 m/s for (a) classical migration using raw CIGs, (b) classical migration using tapered CIGs and (c) quantitative migration.	71
3.14	(a) Exact velocity model and (b) smooth velocity model used for the modelling.	72
3.15	CIGs at $x = 1 \text{ km}$ (left), $x = 3 \text{ km}$ (middle) and $x = 4 \text{ km}$ (right) obtained with classical migration (top) and quantitative migration (bottom) with an homogeneous starting velocity at 2000 m/s.	72
3.16	CIGs at $x = 1 \text{ km}$ (left), $x = 3 \text{ km}$ (middle) and $x = 4 \text{ km}$ (right) obtained with classical migration (top) and quantitative migration (bottom) with an homogeneous starting velocity at 3000 m/s.	73
3.17	Gradients obtained using quantitative migration with conventional DSO (top) for a starting velocity of 2000 m/s (left) and 3000 m/s (right), using classical migration with Fei and Williamson's approach (middle) and using quantitative migration with Fei and Williamson's approach (bottom).	74
3.18	Amplitude de (a) $\cos(\frac{\theta_s - \theta_r}{2})$ , (b) $ \frac{\partial \theta_s}{\partial s}   \frac{\partial \theta_r}{\partial r} $ et (c) $\frac{1}{A_r^2 A_s^2}$ .	80
3.19	Amplitude de (a) $\cos(\frac{\theta_s - \theta_r}{2})  \frac{\partial \theta_s}{\partial s}   \frac{\partial \theta_r}{\partial r} $ , (b) $\frac{1}{A_r^2 A_s^2}  \frac{\partial \theta_s}{\partial s}   \frac{\partial \theta_r}{\partial r} $ et (c) $\frac{1}{A_r^2 A_s^2} \cos(\frac{\theta_s - \theta_r}{2})$ .	80
3.20	Poids total appliqué lors de la migration quantitative.	80
3.21	CIG central obtenu (a) par migration classique, (b) par migration classique, avec $\cos(\frac{\theta_s - \theta_r}{2})$ appliqué, (c) par migration classique, avec $ \frac{\partial \theta_s}{\partial s}   \frac{\partial \theta_r}{\partial r} $ appliqué et (d) par migration classique, avec $\frac{1}{A_r^2 A_s^2}$ appliqué.	81
3.22	CIG central obtenu (a) par migration classique et (b) par migration quantitative.	81
3.23	Réflexivité dans le domaine physique (prise à l'offset en profondeur nul) (à gauche) et réflexivité prise à l'offset en profondeur $h = 60 \text{ m}$ (à droite). De haut en bas, le CIG est obtenu par migration classique sans aucun poids, avec application du cosinus de l'angle, avec application des quantités $ \frac{\partial \theta_s}{\partial s}   \frac{\partial \theta_r}{\partial r} $ , avec application du terme d'amplitude et par migration quantitative.	82
3.24	Paramètres limitant la résolution : fréquence minimum (en bleu), maximum (en vert) et pendage maximum (en rouge)	83
3.25	Résolution spectrale des filtres pour 3 angles de diffraction : $28^\circ$ (à gauche), $53^\circ$ (au centre) et $78^\circ$ (à droite) En noir est représentée la résolution maximale et en blanc la résolution nulle. L'abscisse est $f_x = \frac{k_{xx}}{2\pi}$ et l'ordonnée est $f_z = \frac{k_{xz}}{2\pi}$ .	84
3.26	Résolution spectrale des filtres pour un point situé à 4 km (à gauche), 6 km (au centre) et 8 km (à droite) En noir est représentée la résolution maximale et en blanc la résolution nulle. L'abscisse est $f_x = \frac{k_{xx}}{2\pi}$ et l'ordonnée est $f_z = \frac{k_{xz}}{2\pi}$ .	84



3.27 Image obtenue après migration itérative pour une vitesse de 1700 m/s, égale à celle de modélisation des données synthétiques : après (a) 1 itération, (b) 5 itérations, (c) 9 itérations et (d) 13 itérations. . . . .	85
3.28 Image obtenue après migration itérative pour une vitesse de 2000 m/s, égale à celle de modélisation des données synthétiques : après (a) 1 itération, (b) 5 itérations, (c) 9 itérations et (d) 13 itérations. . . . .	85
3.29 Image obtenue après migration itérative pour une vitesse de 2300 m/s, égale à celle de modélisation des données synthétiques : après (a) 1 itération, (b) 5 itérations, (c) 9 itérations et (d) 13 itérations. . . . .	86
3.30 Fonction objective dans le domaine des données étendu ( $J_0$ ) en fonction des itérations obtenue avec la vitesse de migration dite correcte (Figure 3.28). . . . .	86
3.31 Fonctions objectives ( $J$ ) obtenues après 1 itération (bleu), 5 itérations (vert), 9 itérations (rouge) et 13 itérations (noir). À droite, un zoom est représenté. . . . .	87
3.32 Variations de la fonction coût ( $J_n$ ) en fonction du nombre d'itérations linéaires $n$ pour le modèle à (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s et (c) 2300 m/s. . . . .	87
3.33 Recherche linéaire consistant à ajuster une parabole entre trois points. $\xi_k$ représente la réflectivité, $\delta\xi_k$ la perturbation de réflectivité. . . . .	89
3.34 Gradient obtenu en utilisant un modèle trop lent (2000 m/s) avec la migration classique (à gauche) et avec la migration classique, avec l'introduction du préconditionneur sur les données (à droite). . . . .	91
3.35 Gradient obtenu en utilisant un modèle trop rapide (3000 m/s) avec la migration classique (à gauche) et avec la migration classique, avec l'introduction du préconditionneur sur les données (à droite). . . . .	91
3.36 Gradient obtenu en utilisant un modèle trop lent (2000 m/s) avec la migration quantitative sans (à gauche) et avec préconditionneur appliqué sur le modèle (à droite) . . . . .	92
3.37 Tests de $\sigma$ ; (a) gradient brut, (b) $\sigma = 10\ m$ , (c) $\sigma = 20\ m$ , (c) $\sigma = 30\ m$ , (c) $\sigma = 50\ m$ , (c) $\sigma = 100\ m$ . . . . .	93
3.38 Tests du caractère assymétrique du lissage ; (a) gradient brut, (b) lissage symétrique, (c) assymétrique x 2 et (d) assymétrique x 4 (plus fort latéralement que verticalement). . . . .	94
3.39 CIGs à $x = 1\ km$ , $x = 2\ km$ et $x = 3\ km$ obtenus avec le modèle de vitesse correct en utilisant la migration classique. . . . .	94
3.40 CIGs à $x = 1\ km$ , $x = 2\ km$ et $x = 3\ km$ obtenus avec le modèle de vitesse correct en utilisant la migration classique avec la pondération. . . . .	94
3.41 CIGs à $x = 1\ km$ , $x = 2\ km$ et $x = 3\ km$ obtenus avec le modèle de vitesse correct en utilisant la migration quantitative. . . . .	95
3.42 Évolution de la fonction coût $J$ en fonction de vitesses proches de la vitesse correcte. À gauche, une migration classique est considérée, au milieu la migration classique avec une pondération sur les données et à droite, la migration quantitative. . . . .	95

3.43	Modèle de vitesse correct lissé et images migrées associées en utilisant la migration classique, la migration classique avec pondération et la migration quantitative (de haut en bas) . . . . .	96
3.44	Modèle de vitesse correct lissé et modèle initial homogène à 2000 m/s . . . . .	97
3.45	CIG à $x = 1$ km en utilisant la migration classique à l'itération 1, 5, 9 et 13, respectivement de gauche à droite. . . . .	97
3.46	CIG à $x = 3$ km en utilisant la migration classique à l'itération 1, 5, 9 et 13, respectivement de gauche à droite. . . . .	97
3.47	Évolution de la fonction coût $J$ en fonction des itérations. En pointillés est représentée la fonction coût obtenue en migrant dans le bon modèle de vitesse. . . . .	98
3.48	CIG à $x = 1$ km en utilisant la migration classique avec pondération sur les données à l'itération 1, 5, 9 et 13, respectivement de gauche à droite. . . . .	98
3.49	CIG à $x = 3$ km en utilisant la migration classique avec pondération sur les données à l'itération 1, 5, 9 et 13, respectivement de gauche à droite. . . . .	98
3.50	Évolution de la fonction coût $J$ en fonction des itérations. En pointillés est représentée la valeur de la fonction coût obtenue en migrant dans le bon modèle de vitesse. . . . .	99
3.51	CIG à $x = 1$ km en utilisant la migration quantitative à l'itération 1, 5, 9 et 13, respectivement de gauche à droite. . . . .	99
3.52	CIG à $x = 3$ km en utilisant la migration quantitative à l'itération 1, 5, 9 et 13, respectivement de gauche à droite. . . . .	99
3.53	Évolution de la fonction coût $J$ en fonction des itérations. En pointillé est représentée la fonction coût obtenue en migrant dans le bon modèle de vitesse. . . . .	100
3.54	Modèle de vitesse initial (2000 m/s) et images migrées associées en utilisant la migration quantitative, la migration classique avec pondération sur les données et la migration quantitative (de gauche à droite) . . . . .	101
3.55	Modèles de vitesse après inversion (à gauche) et images migrées associées (à droite) obtenus par migration classique (en haut), migration classique avec la pondération (au milieu) et migration quantitative (en bas). . . . .	102
3.56	Modèle de vitesse correct lissé et modèle initial à gradient . . . . .	102
3.57	CIGs initiaux (à gauche) et finaux (à droite) à $x = 3$ km avec la migration classique (en haut), avec la pondération sur les données (au milieu) et avec la migration quantitative (en bas). . . . .	103
3.58	Modèles de vitesse après inversion en utilisant la migration classique (en haut), avec la pondération sur les données (au milieu) et avec la migration quantitative (en bas) . . . . .	104
3.59	Variation de la fonction coût $J$ en fonction des itérations en utilisant la migration classique, celle avec pondération sur les données et migration quantitative (de gauche à droite). En pointillés sont représentées les fonctions coûts obtenues en migrant dans le bon modèle de vitesse. . . . .	104

4.1	Reflection conditions (a) at a smooth interface and (b) for a transmitted wave. $\mathbf{p}_s$ and $\mathbf{p}_r$ are the slowness vectors from respectively the source and the receiver. $\mathbf{n}$ is the normal to the reflector in (a). . . . .	113
4.2	Central CIG using reflected waves associated to a single interface with (a) the too low velocity at 2500 m/s, (b) the correct velocity at 2750 m/s and (c) the too high velocity at 3000 m/s. The black solid line indicates the theoretical shape derived from ray theory. . . . .	115
4.3	Same as for Fig. 4.2, but with application of the weights according to Hou and Symes (2015). . . . .	115
4.4	Central CIG using direct waves propagating along the surface in a homogeneous model with (a) the too low velocity at 2500 m/s, (b) the correct velocity at 2750 m/s and (c) the too high velocity at 3000 m/s. The black solid line indicates the theoretical shapes. . . . .	116
4.5	Central CIG using diving waves for (a) the too low velocity of 2500 m/s at $z = 0.5$ km, (b) the correct velocity of 3500 m/s at $z = 0.5$ km and (c) the too high velocity of 4500 m/s $z = 0.5$ km. . . . .	116
4.6	Normalised objective functions for (a) reflected waves associated to the model with a single reflector, (b) direct waves and (c) diving waves. For reflected waves, weights from Hou and Symes (2015) are applied. . . . .	118
4.7	Cross-well geometry, with sources and receivers in two different wells. The wave field contains transmitted and reflected waves. Only receivers around the source depth are recorded. . . . .	119
4.8	Illumination of the subsurface using reflected waves with a reflector at 200 m. The surface offset limitation is $\pm 450$ m. The colour values indicate the number of rays between existing sources and receivers crossing a particular zone of $5 \times 5$ m <sup>2</sup> . . . . .	119
4.9	Illumination of the subsurface using a CSP configuration with (a) direct waves and (b) reflected waves with a reflector at 1000 m. The vertical offset limitation is $\pm 450$ m. The colour values indicate the number of rays between existing sources and receivers crossing a particular zone of $5 \times 5$ m <sup>2</sup> . . . . .	120
4.10	CIGs using direct waves in a CSP configuration at $x = 275$ m for a velocity at (a) 2200 m/s (too low velocity), (b) 2300 m/s (correct velocity) and (c) 2400 m/s (too high velocity). . . . .	120
4.11	Gradients of the image domain objective function using direct waves in a CSP configuration for (a) the too low velocity at 2200 m/s, (b) the correct velocity at 2300 m/s and (c) a too high velocity at 2400 m/s. The gradients are displayed using the same colour scale. . . . .	121
4.12	Correct velocity (a) and initial velocity (b) models. . . . .	122
4.13	Objective function. After 20 iterations, the smoothing is relaxed. . . . .	123
4.14	Intermediate velocity (a, after 22 iterations) and final velocity (b, 30 iterations) after inversion of the full wave field. . . . .	123

4.15	CIGs using the full wave field in the initial (a), intermediate (b), final (c) and exact velocity models (d). . . . .	124
4.16	Observed shot gather (a), computed shot in the initial (b) and in the final model (c), for $z_s = 750$ m. . . . .	124
4.17	Observed shot gather (a), computed shot in the initial (b) and in the final model (c), for $z_s = 1250$ m. . . . .	125
4.18	Traces for shot at $z_s = 750$ m and for surface offset $-500$ , $0$ and $+500$ m, for the observed data (red blue), for the computed data in the initial model (dashed line) and for the computed data in the final model (blue line). . . . .	125
4.19	Traces for shot at $z_s = 1250$ m and for surface offset $-500$ , $0$ and $+500$ m, for the observed data (red blue), for the computed data in the initial model (dashed line) and for the computed data in the final model (blue line). . . . .	126
4.20	Images for $\xi(\mathbf{x}, h = 0)$ in the initial (a, Fig. 4.12b) and final (b, Fig. 4.14b) velocity models. Both images are plotted with the same maximum value. Here, only reflected waves have been considered, while for the velocity inversion the full wave field was used. . . . .	126
4.21	CIGs associated to reflected waves in the initial (a, Fig. 4.12b) and final (b, Fig. 4.14b) velocity models. For the velocity inversion, the full wave field was considered. . . . .	127
4.22	Final velocity model obtained with reflected waves only (a) and associated objective function (b). . . . .	128
4.23	Image for $\xi(\mathbf{x}, h = 0)$ after inversion with reflected waves (a), and CIGs in the initial (b) and final (c, Fig. 4.22a) velocity models. . . . .	128
5.1	Horizontal subsurface offset $h$ introduced at the point $x$ at the depth of the reflector $z_0$ . . . . .	138
5.2	Central CIGs using reflected waves associated with the two-reflector model for a too slow velocity model (left), the correct model (middle) and a too fast velocity model (right). Classical migration is used. . . . .	140
5.3	Central CIGs using reflected waves associated with the two-reflector model for a too slow velocity model (left), the correct model (middle) and a too fast velocity model (right). Quantitative migration is used. . . . .	140
5.4	Gradients using reflected waves associated with the two-reflector model for a too slow velocity model (left), the correct model (middle) and a too fast velocity model (right). The images share the same color scale. . . . .	140
5.5	Gradients using reflected waves associated with the two-reflector model for a too slow velocity model (left), the correct model (middle) and a too fast velocity model (right). Horizontal contraction (Shen and Symes, 2015) is used in the computation of the gradient. The images share the same color scale. . . . .	141
5.6	Subsurface offset applied to the point $x$ in the case of transmitted waves. . . . .	142
5.7	Central CIGs using direct waves in a too slow velocity model (left), the correct velocity model (middle) and a too fast velocity model (right). . . . .	142

5.8	Shot gather in the center of the profile ( $x_s = 11.25$ km). (a) Raw shot ; (b) raw shot with the AGC applied and (c) shot without transmitted arrivals. . . . .	143
5.9	1D Velocity model obtained after first arrival traveltimes tomography. . . . .	144
5.10	CIGs computed with classical migration using a homogeneous model of 2500 m/s (too slow). The surface positions of the CIGs are, from left to right $x = 6.25$ km, $x = 11.25$ km, $x = 16.25$ km and $x = 21.25$ km. The black circle shows the migration artifacts. . . . .	145
5.11	CIGs computed with quantitative migration using a homogeneous model of 2500 m/s (too slow). From left to right, it represents the surface positions $x = 6.25$ km, $x = 11.25$ km, $x = 16.25$ km and $x = 21.25$ km. . . . .	145
5.12	CIGs computed with classical migration using a homogeneous model of 6000 m/s (too fast). The surface positions of the CIGs are, from left to right, $x = 6.25$ km, $x = 11.25$ km, $x = 16.25$ km and $x = 21.25$ km. The black circles show the migration artifacts. . . . .	146
5.13	CIGs computed with quantitative migration using a homogeneous model of 6000 m/s (too fast). The surface positions of the CIGs are, from left to right, $x = 6.25$ km, $x = 11.25$ km, $x = 16.25$ km and $x = 21.25$ km. . . . .	147
5.14	Gradient of the image domain objective function (with modified propagated error term) computed with classical (left) and quantitative (right) migration using a homogeneous 2500 m/s starting model. . . . .	147
5.15	Gradient of the image domain objective function (with modified propagated error term) computed with classical (left) and quantitative (right) migration using a homogeneous 6000 m/s starting model. . . . .	148
5.16	CIG at $x = 11.25$ km using the initial homogeneous velocity model (left), using the one after inversion (see Fig. 5.21, left) (middle) and using the one after preconditioning (see Fig. 5.21, right) (right). . . . .	148
5.17	CIG at $x = 21.25$ km using the initial homogeneous velocity model of 2500 m/s (left), using the one after inversion (see Fig. 5.21, left) (middle) and using the one after preconditioning (see Fig. 5.21, right) (right). . . . .	149
5.18	Reflectivity image ( $I(x, h = 0)$ ) associated with the initial homogeneous velocity model of 2500 m/s. . . . .	149
5.19	Reflectivity image ( $I(x, h = 0)$ ) associated with the velocity model shown in Fig. 5.21, left. . . . .	150
5.20	Reflectivity image ( $I(x, h = 0)$ ) associated with the velocity model shown in Fig. 5.21, right. . . . .	150
5.21	Velocity model after inversion without preconditioning (left) and velocity model after inversion using preconditioning (right). . . . .	150
5.22	CIGs computed with classical migration using the model from traveltimes tomography. The surface positions of the CIGs are, from left to right $x = 6.25$ km, $x = 11.25$ km, $x = 16.25$ km and $x = 21.25$ km. . . . .	151

5.23	CIGs computed with quantitative migration using the model from traveltime tomography. The surface positions of the CIGs are, from left to right $x = 6.25$ km, $x = 11.25$ km, $x = 16.25$ km and $x = 21.25$ km. . . . .	151
5.24	Gradients of the image domain objective function (with horizontal contraction) computed with classical (left) and quantitative (right) migration using the model from first arrival traveltime tomography as starting model. . . . .	151
5.25	CIG at $x = 11.25$ km computed with classical migration using the model from tomography as starting model, from left to right, the 1st, 2nd, 3rd and 4th iterations respectively. . . . .	152
5.26	First gradient of the image domain objective function computed with classical migration using the model from tomography. . . . .	153
5.27	Using the model from tomography, CIG at $x = 11.25$ km computed with quantitative migration (left) and first gradient of the image domain objective function computed with quantitative migration (right). . . . .	153
6.1	Gradients obtenus dans un modèle homogène contenant un réflecteur. La vitesse de migration est trop élevée. Les résultats présentés sont après (a) 1 itération, (b) 4 itérations et (c) 20 itérations. D'après <a href="#">Chauris et al. (2015)</a> . . . . .	161
6.2	CIGs en fonction de l'offset en profondeur ( <i>offset</i> ici) obtenus par inversion de données réfléchies et multiples après une itération (en haut) et après migration itérative (en bas) pour une vitesse trop faible (à gauche), la vitesse correcte (au milieu) et une vitesse trop forte (à droite). Adapté de <a href="#">Cocher et al. (2015)</a> . . . .	166



# Liste des tableaux

1.1	Méthodes d'analyse de vitesse selon le domaine d'applications et l'information utilisée. . . . .	15
2.1	Différentes formulations de la semblance différentielle classique et selon la contraction horizontale. Adapté de <a href="#">Shen and Symes (2015)</a> . . . . .	49
2.2	Récapitulatif quantitatif des applications de l'analyse de vitesse par migration basée sur la semblance différentielle. . . . .	52
2.3	Récapitulatif qualitatif des applications de l'analyse de vitesse par migration basée sur la semblance différentielle. . . . .	53
6.1	Coût mémoire du calcul du gradient en 2-D et 3-D. $nx$ et $ny$ sont les extensions horizontales, $nr$ et $ns$ sont le nombre de sources et de récepteurs. En 3-D, $ns$ s'écrit $(ns_x, ns_y)$ et $nr$ devient $(nr_x, nr_y)$ . $nz$ est l'extension verticale, $nt$ le nombre d'échantillons temporels et $nh$ l'extension spatiale de l'offset en profondeur qui, en 3-D, s'écrit $nh_x, nh_y$ . Les termes adjoints $\lambda_I, \lambda_S$ et $\lambda_R$ peuvent être retrouvés dans l'Appendice A du <b>Chapitre 3</b> . . . . .	163





# Annexe

## Le modèle étendu selon Symes (2008)

Je résume ici le formalisme développé par [Symes \(2008b\)](#), et je fais le lien avec mes propres notations. En 2-D, les données dépendent de trois paramètres ( $d(s, r, t)$ ) et le modèle  $m$  a une extension selon deux paramètres ( $m(x, z)$ ).  $D$  représente l'espace des données,  $F$  représente l'opérateur de modélisation et  $E$  celui qui permet de transformer ce modèle en modèle étendu dépendant de paramètres redondants, notés  $p$ .  $E$  transforme le modèle  $m(x)$  en  $\overline{m}(\mathbf{x}, p)$ , la dimension de  $p$  étant telle que  $\dim(m, p) = \dim(d)$ . En 2-D,  $p$  est alors de dimension 1.

Le problème inverse consiste à trouver le modèle  $m(x, z)$  en minimisant la fonction coût :

$$\frac{1}{2} \|\overline{F}[\overline{m}] - d\|^2. \quad (\text{A.1})$$

Le modèle étendu  $\overline{m}$  peut varier avec  $p$  et ainsi être considéré comme modèle non physique. L'analyse de vitesse par migration est intrinsèquement liée à la linéarisation selon l'approximation de Born. Ainsi, Symes introduit l'opérateur linéarisé (ou opérateur de Born)  $DF$ . La solution du problème peut être formulée comme un problème d'optimisation, à savoir calculer une fonction objective qui mesure l'aspect *physique* du modèle trouvé. En posant  $A[v]$  une fonction qui pénalise l'énergie non focalisée, [Symes \(2008b\)](#) montre que cela revient à minimiser la fonction coût suivante :

$$J_A[v, d] = \frac{1}{2} \|A[v] D\overline{F}[v]^\dagger (d - F[v])\|^2, \quad (\text{A.2})$$

où  $D\overline{F}[m]^\dagger$  est le pseudo-inverse, remplacé dans la pratique par l'adjoint  $\overline{F}[m]^*$ , afin de limiter le coût numérique, sans que cela ne perturbe la recherche de modèle qui minimise la fonction ([Symes, 2008b](#)).

Le minimum global de cette fonction est atteint pour la vitesse qui produit des modèles physiques à courte longueur d'onde. De telles fonctions peuvent potentiellement être utilisées dans le cas de l'analyse de vitesse par migration. La fonction coût va dès lors dépendre du choix de l'annihilateur  $A[v]$ .

Le premier choix d'annihilateur est tel que minimiser la fonction  $J_A$  soit équivalent à la solution aux moindres carrés du problème partiellement linéarisé. On obtient alors l'annihilateur :

$$A[v] = (DF[v]DF[v]^\dagger - I)D\overline{F}[v]. \quad (\text{A.3})$$

Cependant, du fait de l'erreur d'approximation des amplitudes par la migration profondeur par rapport à l'inversion linéarisée, cette fonction ne peut être utilisée ici.

Un autre annihilateur a été introduit sous le terme de semblance, qui consiste à maximiser le *stacking power*. La semblance est peu affectée par les différences d'amplitude entre pseudo-inversion et migration profondeur. Cependant, cette fonction objective étant multimodale, de nombreux points critiques apparaissent, pas forcément autour de la solution physique. Dans le cas de la semblance, l'annihilateur est égal à  $A = EE^\dagger - I$ . On rappelle que  $E$  est l'opérateur dit « d'extension », qui transforme le modèle  $m$  en modèle étendu  $\overline{m}$ . Minimiser la fonction  $J_A$  revient alors à maximiser la fonction  $\|DF[v]^*(d - F[v])\|^2$ , c'est-à-dire maximiser l'énergie contenue dans l'image physique. Lors de la présentation des semblances différentielles (**Chapitre 2**), la semblance dans le cas orienté profondeur est notée  $\delta(h)$ .

Le dernier type d'annihilateur est relié à la semblance différentielle. Cette fonction a la propriété d'être robuste vis-à-vis des perturbations haute fréquence des données. De plus elle est unimodale : les points stationnaires sont physiquement solutions du problème d'inversion des formes d'ondes. Dans ce cas, l'annihilateur est introduit par Symes selon  $A = (1 - \nabla_{x,h}^2)^{-1/2} \partial_h$  (où  $h$  représente l'offset en surface) dans l'extension orientée surface et  $h$  (qui représente l'offset en profondeur) dans l'extension profondeur. Dans les développements classiques de semblance différentielle orientée surface, la dérivée horizontale est largement utilisée, et la multiplication par l'offset en profondeur est classiquement introduite dans l'orientation profondeur.

# **Analyse de vitesse par migration quantitative et introduction des ondes transmises**

## **RESUME**

L'analyse des signaux sismiques permet de caractériser le sous-sol. D'une part, la réflectivité peut être retrouvée en inversant (ou migrant) les données enregistrées par les récepteurs et d'autre part un modèle de vitesse lisse expliquant la cinématique de propagation des ondes peut être obtenu. Ces deux aspects sont liés, la position des structures dépendant de la vitesse du milieu. Nous développons ici une méthode d'analyse de vitesse par migration afin de retrouver le modèle de vitesse contenant les structures grande échelle. Cette méthode est développée dans le domaine image (ou migré) et l'introduction d'un délai spatial (appelé offset en profondeur) dans la condition d'imagerie permet de rendre cette méthode automatique. La qualité des images obtenues par migration étant primordiale afin d'obtenir des mises à jour du modèle de vitesse cohérentes, une migration quantitative prenant en compte l'offset en profondeur a été introduite dans le but de réduire les artefacts présents sur les images migrées.

Seules les ondes réfléchies (ou primaires) sont en général utilisées dans cette méthode. Nous montrons que, selon le même formalisme, les ondes transmises peuvent aussi être prises en compte dans l'analyse de vitesse par migration. La combinaison de ces différentes ondes permet de mieux contraindre le modèle de vitesse.

**Mots clés :** Analyse de vitesse par migration, macromodèle, ondes transmises

# **Quantitative migration for velocity analysis and introduction of transmitted waves**

## **ABSTRACT**

The analysis of seismic signals allows characterizing the subsurface. On the first hand, the reflectivity of the subsurface can be retrieved in inverting (or migrating) the data recorded by the receivers and, on the other hand, the smooth background velocity model, explaining the kinematics of the wave propagation, can be obtained. These two aspects are linked, the position of the structures being dependent on the velocity in the medium. Here, we develop a Migration Velocity Analysis method, in order to retrieve the velocity model containing the large scale structures. This method is developed in the image (or migrated) domain and is automatic through the introduction of a space shift (called subsurface offset) in the imaging condition. The quality of the images is essential to obtain velocity updates consistent with the theory. Therefore, a quantitative migration is introduced and extended to the case of subsurface offset, in order to reduce the migration artifacts in the migrated images.

Only the reflected waves (or primaries) are used in classical developments. We show that, using the same formalism, transmitted waves can be taken into account in Migration Velocity Analysis. The combination of these different waves allows a better constraint of the velocity model.

**Keywords:** Migration Velocity Analysis, macromodel, transmitted waves

